МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ, ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ “ ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА”

(для студентів 2 курсу заочної форми навчання за напрямами підготовки 6.070101 “Транспортні технології ” (за видами транспорту), 6.060101 ”Будівництво” спеціальностей “Водопостачання та водовідведення ”, “Теплогазопостачання і вентиляція ”)

Харків
ХНУМГ
2013

Методичні вказівки до самостійної роботи, проведення практичних занять і виконання контрольної роботи з дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика» (для студентів 2 курсу заочної форми навчання за напрямами підготовки 6.070101 “Транспортні технології ” (за видами транспорту), 6.060101 ”Будівництво” спеціальностей “Водопостачання та водовідведення ”, “Теплогазопостачання і вентиляція”). / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: М. І. Самойленко, О. Б. Костенко, О. М. Штельма. – Х.: ХНУМГ, 2013. – 43 с.

Укладачі: М. І. Самойленко,

О. Б. Костенко,

О. М. Штельма

Методичні вказівки побудовано відповідно до вимог кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

Рецензент: д-р т. н., проф. Грицунов О. В.

Затверджено кафедрою прикладної математики

та інформаційних технологій, протокол №1 від 30.08.2012 р.

У методичних вказівках наводяться в стислому вигляді основні поняття і положення теорії ймовірностей, а також вирішення типових задач, які розглядаються на практичних заняттях або пропонуються студентам для самостійного вирішення. Розв’язання задач супроводжується докладними поясненнями і є зразком для оформлення контрольних робіт і відповідей на практичні питання за письмовим контролем (модульним чи підсумковим). Для вирішення завдань, що пов'язані з пошуком значень табульованих функцій, методичні вказівки доповнені відповідними таблицями.

ВИПАДКОВІ ПОДІЇ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ

Під *експериментом* (*випробуванням*) розуміють деяку сукупність умов, в яких спостерігається те або інше явище, фіксується той або інший результат.

Подією (або *випадковою подією*) називається усякий факт, який в результаті експерименту може відбутися або не відбутися.

Ймовірністю події називається чисельна міра ступеня об'єктивної можливості появи цього події в результаті нового експерименту.

Ймовірність події *A* позначається як *P(A)*.

Достовірним називається подія *U*, яка в результаті експерименту неодмінно відбувається. Для достовірної події $P(U)=1$.

Неможливим називається подія, яка в результаті експерименту не може відбутися. Ймовірність появи неможливої події дорівнює нулю.

Ймовірність власне випадкової події *A* лежить у межах від нуля до одиниці: $0 < P(A) < 1$.

Повною групою подій називається декілька попарно несумісних подій таких, що в результаті експерименту одне з них неодмінно відбувається.

Декілька подій називаються *несумісними, якщо ніякі дві з них не можуть відбутися одночасно в одному експерименті.*

Декілька подій називаються *рівноможливими*, якщо вони володіють рівним ступенем об'єктивної можливості відбутися в результаті експерименту.

Якщо результати експерименту утворюють повну групу несумісних рівноможливих подій, то вони називаються *випадками.*

Випадок називається сприятливим до події *A*, якщо його поява тягне за собою появу події *A*.

КЛАСИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ЙМОВІРНОСТІ

Якщо результати експерименту зводяться до схеми випадків, то ймовірність події А обчислюється за формулою

$$P(A)=\frac{m}{n} \tag{1}$$

де n – загальне число випадків; m – число випадків, що сприятливі до події *A*.

Часто для підрахунку величин n і m у формулі (1) використовують формули комбінаторики: для числа сполучень з n елементів по m – формулу $C_n^m=\frac{n!}{(n-m)!m!}=C_n^{n-m}$; для числа розміщень з n елементів по m – формулу

$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$; для числа перестановок з m елементів – формулу $P_n = n! = A_n^n$. При цьому $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n$. Виключення: 0! = 1.

Приклад 1. Кидають одночасно дві гральні кістки. Знайти ймовірності подій: A – сума очок на обох кістках дорівнює *6*; B – добуток очок на обох кістках дорівнює 8; C – сума та добуток очок на обох кістках дорівнює 8.

Розв'язання. Загальне число можливих елементарних результатів експерименту $n = 36$, оскільки випадання очок на одній кістці має 6 варіантів, і кожен варіант однієї кістки може поєднуватися з 6 варіантами іншої кістки. Всі результати складають повну групу несумісних рівноможливих подій.

Сприятливими до події A є наступні результати кидання кісток: 2+6; 3+5; 4+4; 5+3; 6+2, тобто m =5. Шукана ймовірність за формулою (1) $P(A) = \frac{5}{36}$.

Сприятливими до події B є два результати: $2 \times 4; 4 \times 2$, тобто m =2. За формулою (1) $P(B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Сприятливих до події C результатів немає, тобто $m = 0$, і $P(C) = 0$.

Приклад 2. В ящику 100 деталей, з них 10 – браковані. Навмання витягують 4 деталі. Знайти ймовірність події A – наявність рівно трьох стандартних деталей серед витягнутих.

Розв'язання. Загальне число можливих виходів експерименту $n = C_{100}^4$. Всі вони утворюють повну групу несумісних рівноможливих подій. Підрахуємо число результатів, що сприяють події A. Три стандартні деталі з 90 наявних в ящику можна витягнути C_{90}^3 способами. З кожною вибіркою з трьох стандартних деталей може поєднуватися одна нестандартна деталь з 10, тобто кожне поєднання трьох стандартних деталей з одною бракованою деталлю може здійснюватися C_{10}^1 способами. Кількість сприятливих випадків становить $m = C_{90}^3 C_{10}^1$. Отже, $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_{90}^3 \cdot C_{10}^1}{C_{100}^4} = 0{,}3$.

Приклад 3. На десяти картках написані цифри 0, 1, … , 9. Три з них вибираються навмання і укладаються на стіл в порядку появи. Знайти ймовірність того, що: *а*) вийде число 245 (подія A); *б*) з вибраних цифр можна скласти число 245 (подія B).

Розв'язання. Загальне число всіх можливих виходів експерименту – це число розміщень з 10 елементів по 3. Отримані з'єднання елементів (карток) можуть відрізнятися один від одного або самими елементами, або порядком їх входження. Всі результати утворюють повну групу несумісних рівноможливих подій у кількості $n = A_{10}^3 = 720$. Із загального числа результатів тільки один сприятливий отриманню числа 245, тобто число сприяючих результатів $m = 1$. Тоді шукана ймовірність події A за формулою (1) $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

На відміну від події A для події B загальне число результатів експерименту обчислюється як число з'єднань з 10 по 3, оскільки порядок вибору елементів не грає ролі.. Шукана ймовірність $P(B) = \frac{1}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}$.

Приклад 4. З п'яти букв розрізної азбуки складено слово «КНИГА». Дитина, що не уміє читати, розсипала букви, а потім зібрав їх в довільному порядку. Знайти ймовірність того, що у нього знову вийшло слово «КНИГА».

Розв'язання. З п'яти букв дитина може скласти різні буквосполучення, які відрізняються один від одного тільки порядком входження букв. Тому число всіх результатів експерименту обчислимо як число перестановок з 5 елементів: $n = P5 = 5! = 120$. Всі результати утворюють повну групу несумісних рівноможливих подій, з яких тільки одна сприяє появі події A – відновленню слова «КНИГА». Отже, шукана ймовірність $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{120}$.

Приклад 5. З шести букв розрізної азбуки складено слово «*АНАНАС*». Знайти, як і в попередньому завданні, ймовірність відновлення слова.

Розв'язання. Загальне число можливих результатів експерименту $n = P_6 = 6! = 720$. Число сприятливих результатів m більше, ніж в попередньому завданні. Слід врахувати, що перестановка місцями двох букв *Н*, значення слова не змінює. Відповідне число перестановок визначається як $P_2 = 2! = 2$. Але з кожною перестановкою букв *Н* може поєднуватися перестановка з трьох букв *А*. Загальне число перестановок цих трьох букв визначається як $P_3 = 3! = 6$. Таким чином, число сприяючих результатів $m = P_2 \cdot P_3 = 12$. Шукана ймовірність $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{12}{720} = \frac{1}{60}$.

СКЛАДНІ ПОДІЇ. ОСНОВНІ ТЕОРЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТІ

Сумою двох подій A і *B* називають подію *C*, що полягає в появі хоча би однієї з подій *A* і *B*.

Сумою декількох подій називають подію, що полягає в появі хоча би однієї з цих подій.

Добутком двох подій A і *B* називають подію *D*, що полягає в сумісній появі подій *A* і *B*.

Добутком декількох подій називають подію, що полягає в сумісній появі всіх цих подій.

Теорема про ймовірність суми подій. Ймовірність суми двох подій дорівнює сумі їх ймовірностей за відрахуванням імовірності добутку цих подій:

$$P(A + B) = H(A) + P(B) - P(A \cdot B). \quad (2)$$

У разі *несумісних* подій імовірність їх суми визначається за формулами:

$P(A + B) = P(A) + P(B)$ – для двох подій *A* і *B*; (3)

$P(A_1 + A_2 + ... + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + ... + P(A_n)$ – для *n* подій. (4)

Дві несумісні події А і $\overline{A}$ називаються *протилежними*, якщо вони складають повну групу. Сума ймовірності протилежних подій дорівнює одиниці:

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1. \quad (5)$$

Теорема про ймовірність добутку двох подій. Ймовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності одного з них на умовну ймовірність іншої за умови, що перша подія відбулася:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P_A(B) = P(B) \cdot P_B(A) \qquad (6)$$

де – $P_{\hat{A}}(\hat{A})$ умовна ймовірність події *B* за умови, що відбулася подія *A*; $P_B(A)$ – умовна ймовірність події *A* за умови, що відбулося події *B*.

У разі *незалежних* подій формула (6) спрощується:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B) \text{ – для двох подій } A \text{ і } B; \qquad (7)$$

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n) \text{ – для } n \text{ подій.} \qquad (8)$$

Приклад 6. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,7; з другої – 0,8. Знайти ймовірність ураження цілі при одному залпі з двох гармат.

Розв'язання. Введемо позначення. Хай *A* – подія, яка полягає у влученні в ціль першою гарматою; *B* – другою. Ці події є сумісними і незалежними. Отже, подія *C* (ураження мішені при залпі) є сумою двох сумісних подій. Ймовірність події *C* можна визначити за формулою (2)

$$P(C) = P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B) - PA) \cdot P(B) =$$
$$= 0{,}7 + 0{,}8 - 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}94\,.$$

Цю задачу можна вирішити й іншим способом.

Ціль буде уражена, якщо відбудеться одна з трьох несумісних подій: $A_1 \cdot \overline{A_2}$ – в ціль влучила перша гармата та не влучила друга; $\overline{A_1} \cdot A_2$ – в ціль не влучила перша гармата та влучила друга; $A_1 \cdot A_2$ – в ціль влучили обидві гармати. В цьому випадку, застосовуючи теорему про суму несумісних подій у формі (4), а потім теорему про добуток незалежних подій, отримаємо

$$P(C) = P(A_1 \cdot \overline{A_2}) + P(\overline{A_1} \cdot A_2) + P(A_1 \cdot A_2) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) + P(A_1) \cdot P(A_2) =$$
$$= 0{,}7 \cdot (1 - 0{,}8) + (1 - 0{,}7) \cdot 0{,}8 + 0{,}7 \cdot 0{,}8 = 0{,}94\,.$$

Найпростіший спосіб вирішення цієї задачі полягає в подані ймовірності події *C* через імовірність протилежної події $\overline{C}$ – промах обох гармат:

$$P(C) = 1 - P(\overline{C}) = 1 - P(\overline{A_1} \cdot \overline{A_2}) = 1 - P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) = 1 - (1 - 0{,}7)(1 - 0{,}8) = 0{,}94\,.$$

Приклад 7. Студент прийшов на іспит, знаючи відповіді на 15 з 20 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент відповість на три екзаменаційних питання.

Розв'язання. Подія *C* (студент знає відповіді на всі три питання) є добутком трьох залежних подій: A_1 (студент знає відповідь на перше питання); A_2 (студент знає відповідь на друге питання за умови, що він відповів на перше) і A_3 (студент знає відповідь на третє питання за умови, що він відповів на перше і друге). Обчислимо ймовірності цих подій: $P(A_1) = \frac{15}{20}$; $P_{A_1}(A_2) = \frac{14}{19}$; $P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{13}{18}$.

За теоремою про ймовірність добутку залежних подій

$$P(C) = P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cdot A_2}(A_3) = \frac{15}{20} \cdot \frac{14}{19} \cdot \frac{13}{18} = 0{,}368\,.$$

Приклад 8. З п'яти букв розрізної азбуки складено слово «*КНИГА*». Дитина, що не уміє читати, розсипала букви, а потім зібрала в довільному порядку. Знайти ймовірність того, що у нього знову склалося слово «*КНИГА*».

Розв'язання. Ця задача вже розглядалася (див. Приклад 4). Наведемо другий варіант вирішення, використовуючи основні теореми теорії ймовірностей.

Щоб в порядку появи букв склалося слово «*КНИГА*», першою повинна з'явитися буква *К*. Ймовірність такої події становить $P(K)=\frac{1}{5}$, оскільки з п'яти можливих результатів тільки один сприяє появі букви *К*. Припустимо, що ця подія відбулася. Тоді ймовірність того, що з чотирьох букв, що залишилися, наступною з'явиться *Н*, визначається як $P_K(H)=\frac{1}{4}$. Аналогічно обчислюється ймовірність послідовної появи букв *И*, *Г* і *А*: $P_{K\cdot H}(И)=\frac{1}{3}$; $P_{K\cdot H\cdot И}(Г)=\frac{1}{2}$; $P_{K\cdot H\cdot И\cdot Г}(A)=1$. За теоремою про ймовірність добутку залежних подій знайдемо шукану ймовірність: $P(K\cdot H\cdot И\cdot Г\cdot A)=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 1=\frac{1}{120}$.

ФОРМУЛА ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА ФОРМУЛА БАЙЄСА

Якщо в умовах експерименту подія *A* з'являється спільно з одним з повної групи несумісних подій (гіпотез) H_i $(i\in\{1,2,...,n\})$, то середня ймовірність події *A* визначається за *формулою повної* (середньою) *ймовірності:*

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P_{H_i}(A/H_i)\,, \qquad (9)$$

де $P(H_i)$ – ймовірність гіпотези H_i; $P(A/H_i)$ – умовна ймовірність події *A* при здійсненні гіпотези H_i.

Якщо відома апріорна ймовірність гіпотез $P(H_i)$ і відомо, що подія *A* відбулося, то апостеріорна ймовірність гіпотез обчислюється за *формулою Байєса:*

$$P(H_j/A)=\frac{P(H_j)\cdot P(A/H_j)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A/H_j)}\,, \qquad (10)$$

Приклад 9. На склад надходить продукція з трьох фабрик, при цьому частка продукції першої фабрики становить 20%, другою – 46%, третьою – 34%. Відомо, що середній відсоток нестандартних виробів для першої фабрики становить 3%, другою – 2%, третьою – 1%. Знайти ймовірність того, що: *а*) Навмання узятий виріб виявиться нестандартним; *б*) виріб виготовлений на першій фабриці, якщо він виявився нестандартним; *у*) виріб виготовлений на другій фабриці, якщо він виявився стандартним. *г*) Визначити, на якій фабриці найімовірніше було виготовлено виріб, якщо він виявився стандартним?

Розв'язання. *а*) Навмання узятий виріб може бути виготовлений або на першій фабриці (гіпотеза H_1), або на другій (гіпотеза H_2), або на третій (гіпотеза H_3). Всі гіпотези несумісні і складають повну групу. Ймовірність кожної гіпотези визначається приведенням процентної частки продукції відповідної фабрики в безрозмірну величину, тобто діленням заданої за умовами частки на 100%. Так, $P(H_1)$= 0,2; $P(H_2)$= 0,46; $P(H_3)$= 0,34. Аналогічно визначається умовна ймовірність події *A* (виріб є нестандартним): $P(A/H_1)$= 0,03; $P(A/H_2)$= 0,02; $P(A/H_3)$= 0,01. Тепер, використовуючи формулу (9), можна отримати шукану повну ймовірність події *A*:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{3}P(H_i)\cdot P(A/H_i)=P(H_1)\cdot P(A/H_1)+P(H_2)\cdot P(A/H_2)+P(H_3)\cdot P(A/H_3)=$$
$$=0{,}2\cdot 0{,}03+0{,}46\cdot 0{,}02+0{,}34\cdot 0{,}01=0{,}0186\,.$$

б) Відомо, що подія A вже відбулося. Потрібно визначити апостеріорну ймовірність гіпотези H_1. Шукану ймовірність знайдемо за формулою Байєса:
$$P(H_1/A)=\frac{P(H_1)\cdot P(A/H_1)}{\sum_{i=1}^{n}P(H_i)\cdot P(A/H_j)}=\frac{P(H_1)\cdot P(A/H_1)}{P(A)}=\frac{0{,}2\cdot 0{,}03}{0{,}0186}\approx 0{,}3226\,.$$

в) По умові завдання виріб виявився стандартним, тобто в прийнятих нами позначеннях відбулася подія $\overline{A}$. Необхідно знайти апостеріорну ймовірність гіпотези H_2.

За формулою Байєса: $P(H_2/\overline{A})=\dfrac{P(H_2)\cdot P(\overline{A}/H_2)}{P(\overline{A})}$

Події А і $\overline{A}$ є протилежними. З урахуванням (5) $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0{,}0186=0{,}9814$. Аналогічного обчислюємо умовну ймовірність події за умови, що здійснилася гіпотеза H_2: $P\left(\overline{A}/H_2\right)=1-P\left(A/H_2\right)=1-0{,}02=0{,}98$.

Підставляючи знайдену ймовірність у формулу Байєса, отримаємо шукану ймовірність:
$$P(H_2/\overline{A})=\frac{P(H_2)\cdot P(\overline{A}/H_2)}{P(\overline{A})}=\frac{0{,}46\cdot 0{,}98}{0{,}9814}\approx 0{,}4593\,.$$

г) Щоб визначити, на якій фабриці найімовірніше було виготовлено стандартний виріб, необхідно порівняти між собою апостеріорні ймовірності гіпотез: $P(H_1/\overline{A}),P(H_2/\overline{A}),P(H_3/\overline{A})$. Найбільша з цих ймовірностей визначає шукану фабрику. Одна з вказаних ймовірність була тільки що визначена, а саме: $P\left(H_2/\overline{A}\right)=0{,}4593$. Аналогічно визначимо інші апостеріорні ймовірності гіпотез: $P\left(H_1/\overline{A}\right)=0{,}1977$, $P\left(H_3/\overline{A}\right)=0{,}3430$. Найбільша апостеріорна ймовірність відповідає другій гіпотезі. Отже, стандартний виріб найімовірніше був виготовлений на другій фабриці.

ПОВТОРЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Формула Бернуллі. Якщо робиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з однаковою ймовірністю p, то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія A відбудеться рівно k разів (байдуже в якій послідовності), визначаться за формулою
$$P_n(k)=C_n^k\cdot p^k\cdot\left(1-p\right)^{n-k}\,. \qquad (11)$$

Локальна теорема Лапласа. Якщо робиться n незалежних випробувань, у кожному з яких подія A з'являється з однаковою ймовірністю p, то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія A відбудеться рівно k разів (байдуже в якій послідовності), може бути оцінена (тим точніше, чим більше n) за формулою

$$P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x), \qquad (12)$$

де $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ – функція Гауса, або щільність стандартного нормального розподілу; $x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}$ – аргумент функції Гауса; $q = (1 - p)$ – ймовірність протилежної події.

У **Додатку А** наведена таблиця значень функції $\varphi(x)$ від позитивного аргументу *x*. Функція Гауса – парна, тому значення функції від негативного аргументу визначається як $\varphi(-x) = \varphi(x)$.

Інтегральна теорема Лапласа. Якщо робиться *n* незалежних випробувань, у кожному з яких подія *A* з'являється з однаковою ймовірністю *p,* то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія *A* відбудеться не менше рівно k_1 разів і не більше k_2 разів (байдуже в якій послідовності), може бути оцінена (тим точніше, чим більше *n*) за формулою

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \qquad (13)$$

де $\hat{O}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – функція Лапласа, або інтегральна функція стандартного нормального розподілу; $x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}$ і $x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$ – аргументи інтегральної функції розподілу; $q = (1 - p)$ – ймовірність протилежної події.

У **Додатку В** наведена таблиця значень функції $\Phi(x)$ від позитивного аргументу *x*. Функція Лапласа – непарна, тому значення функції від негативного аргументу визначаються як $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

Найімовірніше число настання події. Якщо в кожному з *n* незалежних випробуваннях подія з'являється з однаковою ймовірністю *p,* то найімовірніше число настання події k_0 в цих випробуваннях (байдуже в якій послідовності) визначається за допомогою подвійної нерівності:

$$np + p - 1 \le k_o \le np + p. \qquad (14)$$

Приклад 10. Робиться 5 пострілів у мішень з імовірністю кожного влучення 0,7. Яка ймовірність того, що буде: *а*) точно 3 влучення; *б*) не менше 4 влучень; *в*) не більше 3 влучень.

Розв'язання. а) Проводиться *n* = 5 незалежних випробувань з постійною ймовірністю (*p* = 0,7) появи події в кожному з них. Ймовірність того, що буде точно *k* = 3 влучень, обчислюється за формулою Бернуллі (11):

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot 0{,}7^3 (1 - 0{,}7)^2 = 0{,}3087.$$

б) Подію *A*, яка полягає в тому, що при 5 пострілах буде не менше 4 влучень, можна розглядати як суму двох несумісних подій: *B* (4 влучення з 5 пострілів) і *C* (5 влучень з 5 пострілів). Ймовірності двох останніх подій визначаються за формулою Бернуллі:

$$P(B) = P_5(4) = C_5^4 \cdot 0{,}7^4(1-0{,}7)^1 = 0{,}36015;$$

$$P(C) = P_5(5) = C_5^5 \cdot 0{,}7^5(1-0{,}7)^0 = 0{,}16807.$$

Шукану ймовірність визначимо за теоремою про ймовірність суми двох подій: $P(A) = P(B) + P(C) = 0{,}36015 + 0{,}16807 = 0{,}52822$.

б) Міркуючи так само, як і в попередній задачі, можна обчислити ймовірність події (не більше трьох влучень з п'яти пострілів) як суму ймовірностей чотирьох несумісних подій: $P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3)$. Проте задача вирішується простіше, якщо врахувати, що події A (не менше чотирьох влучень з п'яти пострілів) і $\overline{A}$ (не більше трьох влучень з п'яти пострілів) є протилежними. Тоді

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}52822 = 0{,}47178.$$

Приклад 11. Ймовірність влучення в мішень при одному пострілі Дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що при 100 пострілах мішень буде уражена: *а*) рівно 75 разів; *б*) не менше 75 разів.

Розв'язання. *а*) За умови задачі проводиться n = 100 незалежних випробувань з однаковою ймовірністю появи події (влучення в мішень) p = 0,8. Ймовірність влучення в мішень рівно 75 разів при 100 пострілах $\left(P_{100}(75)\right)$ теоретично можна обчислити за формулою Бернуллі. Проте при n > 10 користуватися формулою Бернуллі недоцільно із-за невиправдано великих обчислювальних витрат. Визначимо шукану ймовірність за допомогою локальної теореми Лапласа. Для цього заздалегідь обчислимо вираз: $\sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0{,}8 \cdot (1-0{,}8)} = 4$,

а потім аргумент функції Гауса: $x = \frac{k-np}{\sqrt{npq}} = \frac{75-100\cdot 0{,}8}{4} = -1{,}25$.

У **Додатку А** знайдемо значення функції $\varphi(1{,}25) = 0{,}1826$. Через парність функції Гауса $\varphi(-1{,}25) = \varphi(1{,}25) = 0{,}1826$. Остаточно, за локальною теоремою Лапласа $\left(P_n(m) = \dfrac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}}\right)$ знайдемо шукану ймовірність:

$$P_{100}(75m) = \frac{\varphi(-1.25)}{\sqrt{npq}} = \frac{0{,}1826}{4} = 0{,}0456.$$

б) Скористаємося інтегральною теоремою Лапласа при $n = 100$; $p = 0{,}8$; $q = 0{,}2$; $k_1 = 75$; $k_2 = 100$:

$$P_n(k_1, k_2) = P(75;100) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1) = \Phi\left(\frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}\right) =$$

$$= \Phi\left(\frac{100 - 100\cdot 0.8}{4}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 100\cdot 0.8}{4}\right) = \Phi(5) - \Phi(-1{,}25).$$

З урахуванням того, що функція Лапласа є непарною функцією, останній вираз слід перетворити: $\Phi(5) - \Phi(-1{,}25) = \Phi(5) + \Phi(1{,}25)$,

а потім у **Додатку В** знайти відповідні значення функції. В результаті отримаємо:

$$P(75;100) = \Phi(5) - \Phi(-1,25) = 0.5 - 0,3944 = 0,8944\,.$$

Приклад 12. Ймовірність того, що пасажир запізниться на потяг, дорівнює 0,22. Знайти найімовірніше число тих, що запізняться на потяг, якщо загальне число пасажирів становить 855.

Розв'язання. Проводиться n = 855 незалежних випробувань з постійною ймовірністю (p = 0,02) появи події A (запізнення пасажира на потяг) в кожному з них. Найімовірніше число настання події A слід визначається за допомогою подвійної нерівності (14):

$$np + p - 1 \le k_o \le np + p\,;$$

$$855 \cdot 0{,}02 + 0{,}02 - 1 \le k_o \le 855 \cdot 0{,}02 + 0{,}02\,;$$

$$16{,}12 \le k_o \le 17{,}12\,.$$

Найімовірніше число настання подій – це ціла величина. У діапазоні (14), знаходиться одне ціле число, якщо тільки твір np не є цілим. Тому шукане число $k_o = 17$.

Приклад 13. Скільки потрібно узяти деталей, щоб серед них найімовірніше число стандартних деталей дорівнювало 50, якщо ймовірність вибору навмання бракованою деталі становить 0,1?

Розв'язання. Ймовірність того, що деталь є стандартною, визначимо як ймовірність протилежної події: p = 1 – 0,1 = 0,9. Для визначення шуканої величини n (загальна кількість деталей, серед яких найімовірніше знаходяться 50 придатних) скористаємося формулою найімовірнішого числа появ подій (14), підставивши в неї $k_o = 50$ і $p = 0{,}9$: $n \cdot 0{,}9 + 0{,}9 - 1 \le 50 \le n \cdot 0{,}9 + 0{,}9$.

Розв'яжемо двосторонню нерівність відносно n:

$$\begin{cases} n \cdot 0{,}9 + 0{,}9 - 1 \le 50\,, \\ \quad 50 \le n \cdot 0{,}9 + 0{,}9\,; \end{cases}$$

$$\begin{cases} n \cdot 0{,}9 \le 50{,}1\,, \\ n \cdot 0{,}9 \le 49{,}1\,; \end{cases}$$

$$\begin{cases} n \le 55{,}5\,, \\ n \le 54{,}5\,; \end{cases}$$

$$54{,}5 \le n \le 55{,}5\,.$$

Шукане рішення є цілою величиною, тому $n = 55$.

ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

Випадковою величиною називають величину, яка в результаті експерименту приймає заздалегідь невідоме значення.

Дискретною випадковою величиною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до лічeної множини (скінченої або нескінченої).

Неперервною випадковою величиною називають випадкову величину, можливі значення якої належать до Неперервної множини (обмеженої або необмеженої).

Закон розподілу – це вичерпна характеристика випадкової величини, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкової величини і відповідними ймовірностями.

Закон розподілу дискретної випадкової величини може бути заданий у вигляді *ряду розподілу* або *інтегральної функції розподілу.*

Ряд розподілу – таблиця, що складається з двох рядків. У першому рядку перераховуються всі можливі значення випадкової величини в порядку їх зростання, а в другій – відповідна ймовірність:

x_i	x_1	x_2	...	x_n
p_i	p_1	p_2	...	p_n

Властивість ряду розподілу для будь-якої дискретної випадкової величини:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1. \tag{15}$$

Інтегральна функція розподілу випадкової величини *X* – це така функція *F(x)*, яка при кожному значенні свого аргументу *x* чисельно дорівнює ймовірності того, що випадкова величина *X* опиниться менше значення аргументу *x:*

$$F(x) = P\{X < x\}. \tag{16}$$

Аналітичний запис інтегральної функції розподілу *F(x)* має вигляд:

Закон розподілу Неперервної випадкової величини може бути заданий *інтегральній функції розподілу* (16) або *щільністю розподілу.*

Щільність розподілу ймовірності є першою похідною від інтегральною функції розподілу:

$$f(x) = \frac{dF}{dx}. \tag{17}$$

Властивості щільності розподілу:

$$f(x) \geq 0; \tag{18}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1. \tag{19}$$

Інтегральна функція розподілу $F(x)$ може бути виражена через щільність розподілу (зворотне перетворення):

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt. \tag{20}$$

Властивості інтегральної функції розподілу:

$$F(-\infty) = 0; \tag{21}$$

$$F(\infty) = 1; \tag{22}$$

$$\text{якщо} \quad x_2 > x_1, \quad \text{то} \quad F(x_2) \geq F(x_1). \tag{23}$$

Ймовірність влучення Неперервної випадкової величини на задану ділянку $[\alpha, \beta)$:

$$P\{\alpha \leq X < \beta\} = F(\beta) - F(\alpha) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx. \tag{24}$$

Основні числові характеристики:

математичне сподівання дискретної випадкової величини:

$$m_x = M[X] = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \ ; \qquad (25)$$

математичне сподівання Неперервної випадкової величини:

$$m_x = M[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)\, dx \, ; \qquad (26)$$

дисперсія дискретної випадкової величини: $D_x = D[X] = \sum (x_i - m_{x[})^2 p_i$; (27)

дисперсія Неперервної випадкової величини: $D_x = D[X] = \sum_{i=1}^{n} (x_i - m_{[})^2 p_i$; (28)

середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = \sqrt{D_x}$; (29)

другий початковий момент дискретної випадкової величини:

$$\alpha_2 = M[X^2] = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i \ ; \qquad (30)$$

другий початковий момент Неперервної випадкової величини:

$$\alpha_2 = M[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx \, . \qquad (31)$$

Формула зв'язку дисперсії з другим початковим моментом і математичним очікуванням: $D_x = \alpha_2 - m_x^2$. (32)

Приклад 13. Схожість насіння оцінюється ймовірністю 0,8. Розглядається випадкова величина X – число насінин, що зійшли, серед п'яти посіяних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу. Побудувати графік інтегральної функції розподілу $F(x)$. Знайти математичне сподівання, дисперсію і середнє квадратичне відхилення σ_x випадкової величини *X*. Знайти також імовірність влучення випадкової величини *X* в інтервал значень (-5; 3,5).

Розв'язання. Випадкова величина *X* в умовах цієї задачі може приймати одне з числових значень: 0, 1, 2, 3, 4, 5. Для побудови ряду розподілу залишається визначити тільки відповідні ймовірності. У різних задачах ця ймовірності визначаються за різними методиками, розглянутими в попередніх розділах курсу. В умовах даної задачі найбільш доцільним способом визначення шуканих ймовірностей є формула Бернуллі (11), в якій $n = 5$; $p = 0{,}8$. Підставляючи замість k послідовно всі можливі значення випадкової величини, отримаємо відповідні ймовірності: для $x_1 = 0 - p_1 = 0{,}00032$; для $x_2 = 1 - p_2 = 0{,}0064$; для $x_3 = 2 - p_3 = 0{,}0512$; для $x_4 = 3 - p_4 = 0{,}2048$; для $x_5 = 4 - p_5 = 0{,}4096$; для $x_6 = 5 - p_6 = 0{,}32768$. Шуканий ряд розподілу має вигляд:

xi	0	1	2	3	4	5
pi	0,00032	0,0064	0,0512	0,2048	0,4086	0,32768

Ряд розподілу містить вичерпну інформацію про випадкову величину, тому його можна використовувати для знаходження відповідей на решту питань задачі. Зокрема – для побудови графіка інтегральної функції *F(x)*.

При побудові графіка *F(x)* вісь абсцис розбивається можливими значеннями випадкової величини на $(n+1)$ діапазон: 1-й діапазон – $x^I \le 0$; 2-й – $0 < x^{II} \le 1$; 3-й – $1 < x^{III} \le 2$; 4-й – $2 < x^{IV} \le 3$; 5-й – $3 < x^V \le 4$; 6-й – $4 < x^{VI} \le 5$; 7-й – $3 < x^{VII}$. У кожному з таких діапазонів функція *F(x)* має постійне значення (рис.1).

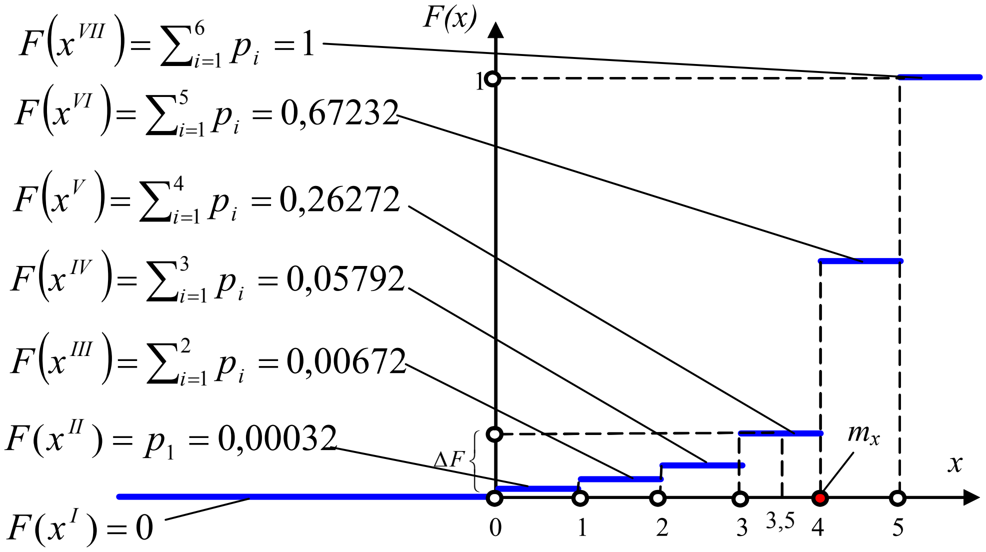

Рис. 1– Графік інтегральної функції розподілу *F(x)*

Математичне сподівання *mx* випадкової величини *X* визначається за формулою (25) при *n* = 6:

$$m_x = \sum_{i=1}^{6} x_i p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + x_4 p_4 + x_5 p_5 + x_6 p_6 =$$

$$= 0 \cdot 0{,}00032 + 1 \cdot 0{,}0064 + 2 \cdot 0{,}0512 + 3 \cdot 0{,}2048 + 4 \cdot 0{,}4096 + 5 \cdot 0{,}32768 = 4\,.$$

Математичне сподівання m_x є числовою характеристикою випадкової величини *X*, лежить в області визначення останньою і зображається крапкою на осі абсцис (див. рис.1).

Дисперсія D_x випадкової величини *X* визначається по формулі (27) при *n* = 6:

$$D_x = \sum_{i=1}^{6} (x_i - m_x)^2 p_i = (0-4)^2 0{,}00032 + (1-4)^2 0{,}0064 + (2-4)^2 0{,}0512 +$$

$$+ (3-4)^2 0{,}2048 + (4-4)^2 0{,}4096 + (5-4)^2 0{,}32768 = 0{,}8.$$

Середнє квадратичне відхилення випадкової величини X визначається по формулі (29): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0{,}8} \approx 0{,}8944$.

Ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал значень від $x1$ = -5 до x_2 = 2,7 можна визначити двома способами:

а) за допомогою графіка інтегральної функції *F(x):*

$P(-5 < X < 3{,}5) = F(3{,}5) - F(-5) = 0{,}26272 - 0 = 0{,}26272$. На рис.1 цій ймовірності відповідає відрізок ΔF.

б) за допомогою основних теорем теорії ймовірності як ймовірність складної події:

$$P(-5 < X < 3{,}5) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) =$$
$$= 0{,}00032 + 0{,}0064 + 0{,}0512 + 0{,}2048 = 0{,}26272 \ .$$

Приклад 14. Неперервна випадкова величина X задана щільністю розподілу $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [0;1]; \\ cx & \text{при} \quad x \in [0;1]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c, математичний вираз інтегральної функції розподілу *F(x).* Побудувати графік щільності розподілу *f(x)* і графік інтегральної функції розподілу *F(x).* Визначити математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середнє квадратичне відхилення σ_x і ймовірність попадання випадкової величини в інтервал (0; 0,5).

Розв'язання. Постійна величина c визначається за допомогою 2-ої властивості щільності розподілу (19). Обчислюється визначний інтеграл в нескінчених межах від заданої функції щільності розподілу *f(x)* і прирівнюється одиниці. Отримане рівняння вирішується відносно постійної c.

Оскільки задана *f(x)* – кусково-неперервна функція, то інтеграл від неї розпадається на три інтеграли:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} c\,x\,dx \int_0^1 cxdx + \int_{1}^{\infty} 0 \cdot dx = 0 + \left.\frac{cx^2}{2}\right|_0^1 + 0 = \frac{c}{2}.$$

Прирівнюючи отриманий вираз одиниці, отримуємо рівняння $\frac{c}{2} = 1$, з якого $c = 2$.

З урахуванням знайденої константи щільність розподілу набуде вигляду:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [0;1]; \\ 2x & \text{при} \quad x \in [0;1]. \end{cases}$$

Математичний вираз інтегральної функції розподілу $F(x)$ знаходиться за допомогою зворотного перетворення (20), при цьому перетворення здійснюється для кожного «відрізку» функції $F(x)$ окремо:

при $x \le 0 \quad F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0 \cdot dt = 0$;

при $0 < x \le 1 \quad F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dt + \int_{0}^{x} 2t \cdot dt = 0 + t^2\Big|_0^x = x^2$;

при $1 < x \quad F(x) = \int_{-\infty}^{0} 0 \cdot dt + \int_{0}^{1} 2t \cdot dt + \int_{1}^{x} 0 \cdot dt = 0 + t^2\Big|_0^1 + 0 = 1$.

Остаточно отримуємо: $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0; \\ x^2, & \text{якщо} \quad 0 < x \le 1; \\ 1, & \text{якщо} \quad x > 1. \end{cases}$

Графіки *f(x)* і *F(X)* будуються за методиками, відомими в «Математичному аналізі». В умовах цієї задачі шукані графіки *f(x)* і *F(X)* мають вигляд, показаний відповідно на рис.2 і рис.3.

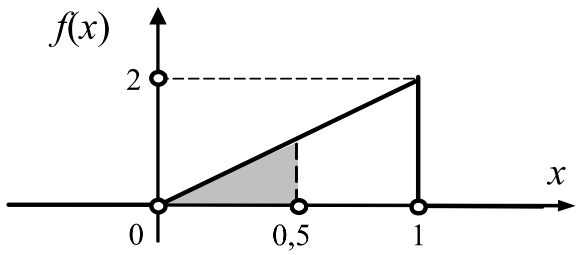

Рис. 2 – Графік щільності розподілу *f(x)*

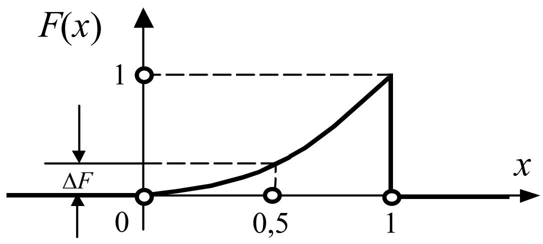

Рис. 3 – Графік інтегральної функції розподілу *F(x)*

Математичне сподівання m_x неперервної випадкової величини X визначається за формулою (26). При цьому інтеграл від кусково-неперервної функції *f(x)* в нескінченних межах розпадається на три інтеграли відповідно до числа «кусків» підінтегральної функції:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} x \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} x \cdot 2x\,dx + \int_{1}^{\infty} x \cdot 0 \cdot dx = 0 + \left.\frac{2x^3}{3}\right|_0^1 + 0 = \frac{2}{3}.$$

Дисперсію D_x неперервної випадкової величини X доцільно визначати за допомогою формули (32), для чого заздалегідь знаходять другий початковий момент за формулою (31):

$$\alpha_2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x)dx = \int_{-\infty}^{0} x^2 \cdot 0 \cdot dx + \int_{0}^{1} x^2 \cdot 2x\,dx + \int_{1}^{\infty} x^2 \cdot 0 \cdot dx = 0 + \left.\frac{2x^4}{4}\right|_0^1 + 0 = \frac{1}{2};$$

$$D_x = \alpha_2 - m_x^2 = \frac{1}{2} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{18}.$$

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини X визначається за формулою (29): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{1}{18}} = \frac{\sqrt{2}}{6} \approx 0{,}2357$.

Ймовірність влучення неперервної випадкової величини в заданий інтервал значень від $x_1 = 0$ до $x_2 = 0{,}5$ можна визначити двома способами: *а*) за допомогою інтегральної функції; *б*) за допомогою щільності розподілу.

а) $P(0 < X < 0{,}5) = F(0{,}5) - F(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 0^2 = \frac{1}{4}$. На рис.3 цій ймовірності відповідає відрізок вісі ΔF .

б) $P(-5 < X < 3{,}5) = \int_0^{\frac{1}{2}} f(x)dx = \int_0^{\frac{1}{2}} 2xdx = x^2\Big|_0^{\frac{2}{2}} = \frac{1}{4}$. На рис.2 цій ймовірності відповідає площа, що виділена сірим фоном.

Приклад 15. Неперервна випадкова величина X задана інтегральною функцією розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{якщо} \quad x \le 0; \\ c(1 - \cos x), & \text{якщо} \quad 0 < x \le \pi; \\ 1, & \text{якщо} \quad x > \pi. \end{cases}$$

Знайти значення константи *c*, математичний вираз щільності розподілу *f(x)*. Побудувати графік інтегральної функції розподілу *F(x)* і графік щільності розподілу *f(x)*. Визначити математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середнє квадратичне відхилення σ_x і ймовірність попадання випадкової величини в інтервал $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

Розв'язання. Постійна величина *c* визначається за допомогою 2-ої властивості інтегральної функції розподілу (22): $F(\infty)=1$. В умовах задачі рівність (22) еквівалентна рівності $F(\pi)=1$. Замінюючи в останній рівності $F(\pi)$ відповідним значенням, отримаємо рівняння $c(1-\cos\pi)=1$,з якого $c=0{,}5$.

Щільність розподілу ймовірності *f(x)* визначається як похідна від *F(x):*

$$f(x)=\frac{dF(x)}{dx}=\begin{cases}0, & \text{якщо}\quad x\le 0;\\ 0{,}5\cdot\sin x, & \text{якщо}\quad 0<x\le\pi;\\ 0, & \text{якщо}\quad x>\pi.\end{cases}$$

Графіки *f(x)* і *F(X)* будуються за методиками, відомими в «Математичному аналізі». В умовах даної задачі шукані графіки *F(X)* і *f(x)* мають вигляд, показаний відповідно на рис.4 і рис.5.

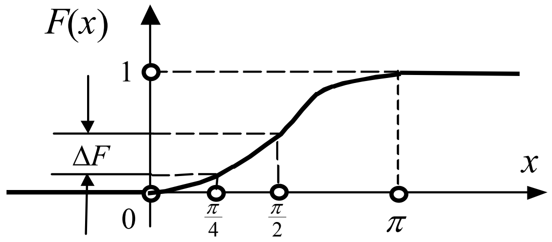

Рис. 4 – Графік інтегральної функції розподілу *F(x)*

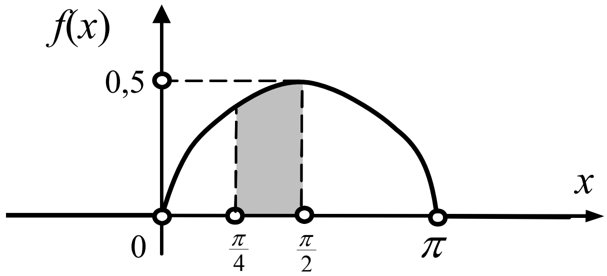

Рис. 5 – Графік щільності розподілу *f(x)*

Математичне сподівання m_x випадкової величини *X* (через симетричність закону розподілу) рівно $0{,}5\pi$. Цього ж значення можна набути за формулою (29). При цьому інтеграл від кусково-неперервної функції *f(x)* в нескінченних межах розпадається на три інтеграли відповідно до числа «кусків» підінтегральної функції:

$$m_x=\int_{-\infty}^{\infty}x\cdot f(x)dx=\int_{-\infty}^{0}x\cdot 0\cdot dx+\int_{0}^{\pi}x\cdot 0{,}5\sin x\,dx+\int_{\pi}^{\infty}x\cdot 0\cdot dx=\int_{0}^{\pi}x\cdot 0{,}5\sin x\,dx.$$

Інтегруючи по частинах (за формулою $\int_0^\pi UdV=UV\big|_0^\pi-\int_0^\pi VdU$), отримуємо

$$m_x=0{,}5\int_0^\pi x\cdot\sin x\,dx=-0{,}5x\cos x\big|_0^\pi-0{,}5\int_0^\pi(-\cos x)\,dx=$$

$$=-0{,}5\cos x\big|_0^\pi+0{,}5\sin x\big|_0^\pi=0{,}5\pi.$$

Дисперсію D_x випадкової величини *X* доцільно визначати за допомогою формули (32), для чого спочатку визначають другий початковий момент: $\alpha_2=0{,}5\int_0^\pi x^2\cdot\sin x\,dx$. Інтегруючи двічі по частинах, знаходимо:

$$\alpha_2 = 0,5\int_0^{\pi} x^2 \cdot \sin x\, dx = 0,5\left(\pi^2 - 4\right)\cdot$$

Тоді $D_x = \alpha_2 - m_x^2 = 0,5\left(\pi^2 - 4\right) - \left(0,5\pi\right)^2 \approx 0,4649$.

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини X визначається по формулі (30): $\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{0,4649} \approx 0,6818$.

Ймовірність попадання випадкової величини в заданий інтервал значень від $x_1 = \frac{\pi}{4}$ до $x_2 = \frac{\pi}{2}$ можна визначити двома способами: *а*) за допомогою інтегральної функції; *б*) за допомогою щільності розподілу.

а) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,5\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right) - 0,5\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right) = 0,3536$. На рис.4 цій ймовірності відповідає відрізок вісі ΔF.

б) $P\left(\frac{\pi}{4} < X < \frac{\pi}{2}\right) = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f\left(x\right)dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 0,5\sin x\, dx = -0,5\cos x\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = 0,3536$. На рис.5 цій ймовірності відповідає площа, виділена сірим фоном.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

У даній методичній допомозі приведено 210 індивідуальних завдань для контрольної роботи. Завдання розбиті на 30 варіантів – по 7 завдань, що мають однакову складність і охоплюють всі розділи курсу. Кожен студент повинен виконати завдання одного з варіантів і оформити їх у вигляді контрольної роботи.

При виконанні контрольної роботи слід строго дотримуватися нижче приведених правил.

1. Контрольна робота виконується в окремому учнівському зошиті.
2. Розв’язуванню кожної задачі повинна передувати її умова.
3. Послідовність вирішення задач висловлювати докладно і акуратно.
4. Пояснення до вирішення задач не повинні допускати двоякого тлумачення.
5. Контрольна робота, що виконана не за своєму варіанту, до захисту не допускається.

ВКАЗІВКИ ДЛЯ ВИБОРУ ВАРІАНТУ

Варіант контрольної роботи кожним студентом визначається відповідно до номера його залікової книжки. Для визначення варіанту необхідне число, що утворюється двома останніми цифрами номера залікової книжки, поділити на 30. При цьому залишок від ділення визначить варіант контрольної роботи. Наприклад:

– номеру залікової книжки 200675 відповідає варіант **15** (75 : 30 = 2 і залишок 15);
– номеру 99107відповідає варіант **7** (07 : 30 = 0 і залишок 7).

При отриманні нульового залишку вибирається варіант **30**.

З А В Д А Н Н Я Д Л Я К О Н Т О Л Ь Н О Ї Р О Б О Т И

Варіант 1

1. Студент знає 15 з 25 питань програми курсу. Знайти ймовірність того, що студент знає: *а*) все три запропонованих йому питання; *б*) одне з трьох питань.

2. Три стрільці провели по одному пострілу по цілі. Ймовірність ураження цілі першим стрільцем дорівнює 0,7; другим – 0,8; третім – 0,9. Знайти ймовірність того, що ціль уразить: *а*) тільки один стрілець; *б*) хоча би один стрілець.

3. З 18 стрільців 5 влучають в мішень з імовірністю 0,8; 7 – з імовірністю 0,5; 6 – з імовірністю 0,6. Навмання вибраний стрілець зробив постріл, але в мішень не влучив. До якої групи найімовірніше належить цей стрілець?

4. Схожість насіння іржі складає 90%. Чому дорівнює ймовірність того, що з 7 посіяних насінин зійде: *а*) п'ять? *б*) не менше чотирьох? Знайти найімовірніше число насінин, що зійшли, з 7 посаджених.

5. Частка виробів вищого сорту становить 31%. Знайти найімовірніше число виробів вищого сорту у випадково відібраній партії з 75 виробів. Визначити: *а*) ймовірність найімовірнішого числа; *б*) ймовірність того, що виробів вищого сорту опиниться більше 30.

6. У цеху працюють сім чоловіків і три жінки. За табельними номерами навмання відібрано 3 людини. Розглядається випадкова величина X – число чоловіків серед відібраних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу
$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-2;\\ c & \text{при} \quad -2\le x\le 3;\\ 0 & \text{при} \quad x>3.\end{cases}$$
Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-1\le X<3)$.

Варіант 2

1. З автовокзалу відправилися два автобуси в аеропорт. Ймовірність своєчасного прибуття кожного автобуса в аеропорт дорівнює 0,95. Знайти ймовірність того, що: *а*) обидва автобуси прибудуть вчасно; *б*) обидва автобуси запізняться; *в*) тільки один автобус прибуде вчасно.

2. У коробці містяться 7 стандартних і 2 нестандартних деталі. Витягуються навмання по одній 2 деталі. Знайти ймовірність того, що: *а*) обидві деталі виявляться стандартними; *б*) перша – стандартна, а друга – нестандартна.

3. У трьох однакових за виглядом коробках знаходяться олівці різної твердості. У першій коробці – 6 олівців твердих і 4 олівці напівтвердих; у другій – відповідно 7 і 3; у третій – 6 і 5. З навмання вибраної коробки узяли один олівець, який виявився напівтвердим. Яка ймовірність того, що олівець знаходився: *а*) у першій коробці? *б*) у другій ? *в*) у третій?

4. Знайти найімовірніше число настання ясних днів протягом першої декади вересня, якщо за даними багаторічних спостережень відомо, що у вересні в середньому буває 11 непогожих днів. Визначити: *а*) ймовірність найімовірнішого числа ясних днів; *б*) імовірність того, що ясних днів буде не менше шести.

5. Гральна кістка підкинута 100 разів. Знайти ймовірність того, що: *а*) 5 очок випадуть 50 разів; *б*) 6 очок випадуть не більше 50 разів.

6. Робочий обслуговує три верстати. Ймовірність того, що протягом години уваги робочого зажадає перший верстат, дорівнює 0,8; другий – 0,6; третій – 0,5. Розглядається випадкова величина X – число верстатів, що зажадали уваги робочого протягом години. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx^3 & \text{при} \quad 0\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влеучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<1)$.

Варіант 3

1. З трьох гармат проведено залп по цілі. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з першої гармати дорівнює 0,6; другої – 0,6; третьої – 0,9. Знайти ймовірність того, що в ціль: *а*) влучить тільки один снаряд; *б*) влучать два снаряди.

2. Дві команди по 20 спортсменів в кожній проводять жеребкування для присвоєння спортсменам номерів. Два брати входять до складу різних команд. Знайти ймовірність того, що обидва брати братимуть участь у змаганнях під номером 18.

3. У групі 10 стрільців. Для п'яти з них імовірність влучення в ціль дорівнює 0,8; для трьох – 0,5; для двох – 0,25. Постріл один із стрільців дав влучення. Яка ймовірність того, що цей постріл зроблений стрільцем першої групи? другої? третьої?

4. Ймовірність виграшу за облігацією позики дорівнює 0,25. Яка ймовірність виграти по 6 з 6 придбаних облігацій? Яка ймовірність виграти хоча би по одній з 8 облігацій?

5. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,05. Скільки деталей повинно бути в партії, щоб найімовірніше число нестандартних деталей в ній було 63. Знайти ймовірність того, що серед 100 деталей опиниться: *а*) 20 нестандартних; *б*) не більше 20 нестандартних.

6. Три студенти складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого студента дорівнює 0,95; для другого – 0,9; для третього – 0,85. Розглядається випадкова величина X – число студентів, що склали іспит. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу
$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1;\\ cx-\frac{1}{2} & \text{при} \quad 1\le x\le 2;\\ 0 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$$
Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-0{,}5\le X<1{,}5)$.

Варіант 4

1. Ймовірність хоч би одного влучення в ціль при двох пострілах дорівнює 0,99. Знайти ймовірність влучення в ціль попадання при одному пострілі.

2. Два стрільці провели по одному пострілу по цілі. Ймовірність ураження цілі першим стрільцем дорівнює 0,9; другим – 0,8. Знайти ймовірність того, що ціль: *а*) уразить тільки один стрілець; *б*) уразять обидва стрільці.

3. Електролампи виготовляють три заводи. Перший завод виготовляє 45% всіх ламп, другий – 40%, третій – 15%. Продукція першого заводу містить 70% стандартних ламп, другого – 80%, третього – 81%. Яка ймовірність того, що придбана через магазин лампа виявиться стандартною? Яка ймовірність того, що лампа, що виявилася стандартною, виготовлена: *а*) на першому заводі? *б*) на другому? *в*) на третьому?

4. Ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515. Яка ймовірність того, що серед 10 новонароджених будуть: *а*) 4 дівчинки? *б*) не менше 7 хлопчиків?

5. Число коротких волокон в партії бавовни складає 25% від загального числа волокон. Скільки волокон повинно бути в пучку, якщо найімовірніше число коротких волокон в нім – 114? Визначити ймовірність того, що в пучку з 200 волокон виявляться короткими: *а*) точно 100 волокон; *б*) від 100 до 200.

6. З п'яти карток з буквами З, А, К, О, Н вибирають одну за іншою до першої голосної. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих карток. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0,5; \\ cx-0,5 & \text{при} \quad 0,5 \le x \le 1,5; \\ 1 & \text{при} \quad x>1,5.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1 \le X < 1{,}5)$.

Варіант 5

1. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,2. Стрілянина припиняється при першому влученні. Знайти ймовірність того, що буде проведено рівно шість пострілів.
2. З повного набору кісток доміно навмання беруться дві. Знайти ймовірність того, що їх можна приставити одну до одної.
3. У піраміді знаходяться 8 гвинтівок, дві з яких – без оптичного прицілу. Ймовірність влучення в ціль з гвинтівки з прицілом дорівнює 0,8; без прицілу – 0,4. Яка ймовірність того, що постріл з навмання узятої гвинтівки дасть влучення? Яка є ймовірність пострілу з гвинтівки з прицілом, якщо постріл був влучним ?
4. До магазину увійшли 12 покупців. Ймовірність зробити покупку для кожного покупця дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що покупку зроблять: *а*) 4 покупці; *б*) не більше трьох покупців.
5. Посіяно 28 насінин з ймовірністю схожості кожної 0,8. Знайти найімовірніше число насінин, що зійшли. Визначити ймовірність того, що зійде: *а*) точне 20 насінин; *б*) не менше 20 та не більше 25 насінин.
6. З десяти карток з цифрами 0, 1, ... , 9 вибирають навмання три. Розглядається випадкова величина X – число вибраних карток з цифрами менше 5. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x \notin [-1;1]; \\ cx^2 & \text{при} \quad x \in [-1;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \le X < 1)$.

Варіант 6

1. У ящику знаходяться 12 тенісних м'ячів, серед них 6 нових. Для першої гри навмання беруть 3 м'ячі, після гри їх повертають назад. Знайти ймовірність того, що після другої гри неграних м'ячів не залишиться.

2. Ймовірність виграти по одному квитку лотереї дорівнює 0,3. Яка ймовірність, маючи 5 квитків, виграти: *а*) по двох? *б*) хоча би по одному?
3. Серед 10 стрільців – два майстри спорту, що вражають 10 мішеней з 10; один першорозрядник, що вражає 9 з 10; чотири другорозрядників, що вражають 8 з 10; три новачки, що вражають по 7 мішеней з10. Яка ймовірність того, що викликаний навмання стрілець уразить підряд 3 мішені? Яка ймовірність того, що постріл зробив першорозрядник, якщо стрілець уразив 3 мішені?
4. У майстерні працюють 12 моторів. Ймовірність того, що в даний момент мотор працює з повним навантаженням, дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що в даний момент з повним навантаженням працюють: *а*) не менше 10 моторів; *б*) 3 мотори.
5. На верстаті виготовили 90 деталей. Чому дорівнює ймовірність виготовлення на цьому верстаті деталі 1-го сорту, якщо найімовірніше число таких деталей в даній партії дорівнює 82? Знайти ймовірність того, що в даній партії деталей 1-го сорту опиниться: *а*) точно 80; *б*) не менше 80.
6. В урні – п'ять однакових куль з цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Витягують три кулі. Розглядається випадкова величина X – число витягнутих куль з непарними цифрами. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx & \text{при} \quad 0\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0{,}5\le X<1)$.

Варіант 7

1. Ймовірність одного влучення в ціль при залпі з двох гармат дорівнює 0,46. Знайти ймовірність влучення в ціль першою гарматою при одному пострілі, якщо для другого ця ймовірність становить 0,7.
2. З цифр 1,2, 3, 4, 5 вибирається навмання одна, а з тих, що залишилися – інша. Знайти ймовірність того, що буде вибрана непарна цифра: *а*) перший раз; *б*) другий раз; *в*) обидва рази.
3. Верстати *А, В, З* проводять відповідно 25%, 30%, 40% всіх виробів. При цьому брак на першому верстаті складає 5%, на другому – 4%, на третьому – 2%. Яка ймовірність того, що випадково вибраний виріб виявиться бракованим? Яка ймовірність того, що виріб виготовлений на верстаті *А*, якщо він виявився дефектним?

4. Ймовірність влучення снаряда в ціль дорівнює 0,3. Випущено 5 снарядів. Яка ймовірність того, що в ціль влучать: *а*) 3 снаряди? *б*) не менше двох снарядів?

5. Монета підкинута 40 разів. Знайти ймовірність того, що герб випаде: *а*) у 25 випадках; *б*) не більше 26 разів. Визначити найімовірніше число випадіння герба.

6. З п'яти карток з буквами *О, О, К, Р, У, К* вибирають одну за іншою, поки не з'явиться картка з буквою К. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих карток. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx^2 & \text{при} \quad 0\le x\le 2;\\ 0 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x).* Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P\left(0\le X<1\right)$.

Варіант 8

1. Король Артур проводить рицарський турнір, в якому серед 8 лицарів беруть участь 2 близнюки. Учасники чотирьох поєдинків першого туру вибираються навмання. Яка ймовірність, що в першому турі близнята битимуться один з одним?

2. У магазин поступила партія взуття одного фасону та розміру, але різного кольору. Партія складається з 40 пар взуття чорного кольору; 26 – коричневого; 22 – червоного; 12 – жовтого. Яка ймовірність того, що навмання узята коробка опиниться з взуттям червоного або жовтого кольору?

3. Деталь, яка оброблялася одним з трьох інструментів, була визнана непридатною. Знайти ймовірність того, що деталь оброблялася другим інструментом, якщо ймовірність появи браку після обробки першим інструментом дорівнює 0,2; другим – 0,4; третім – 0,6.

4. Ймовірність влучення снаряда в ціль дорівнює 0,3. Випущено 8 снарядів. Яка ймовірність хоча би одного влучення в ціль?

5. З партії, в якій частка першосортних деталей становить 80%, відібрано 60. Визначити ймовірність того, що серед відібраних число першосортних деталей становить: *а*) точно 49; *б*) не менше 48, але більше 40. Знайти найімовірніше число першосортних деталей у відібраній партії.

6. Є п'ять квитків вартістю 1 гривна, 3 квитки вартістю 3 гривни і 2 квитки вартістю 5 гривень. Вибирають навмання два квитки. Розглядається випадкова величина X – сумарна вартість вийнятих квитків. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx & \text{при} \quad 0\le x\le 3;\\ 1 & \text{при} \quad x>3.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<1)$.

Варіант 9

1. У коробці знаходяться 9 нових тенісних м'ячів. Для гри беруть три м'ячі. Після гри м'ячі повертають в коробку. Яка ймовірність, що після трьох ігор в коробці не залишиться неграних м'ячів?

2. У групі 25 студентів. З них відмінно навчаються 5 чоловік, добре – 12, задовільно – 6; слабо – 2. Знайти ймовірність того, що випадково викликаний студент буде відмінником або добре успішний студент.

3. В урні знаходяться 3 кулі білого або чорного кольорів. Всі припущення про первинний склад урни – рівноімовірні. Проведено 4 випробування, що полягають у вийманні кожного разу по одній кулі з подальшим поверненням її до урни. В результаті випробувань з'являлися кулі: чорна; біла; біла; біла. Знайти апостеріорні ймовірності різних складів урни.

4. Ймовірність зупинки протягом години одного з 8 верстатів дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що протягом години: *а*) зупиниться 2 верстати; *б*) працюватимуть без зупинки не менше 6 верстатів.

5. Стрілець зробив 30 пострілів з ймовірністю влучення при кожному 0,3. Знайти найімовірніше число влучень. Визначити ймовірність того, що буде: *а*) 8 влучень; *б*) не менше 10 влучень.

6. При розподілі на роботу випускників інституту з'ясувалося, що кожен четвертий одружений. На підприємство A послано трьох випускників. Розглядається випадкова величина X – число одружених випускників, серед посланих на підприємство A. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx(1-x) & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середнього квадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0{,}5 \le X < 1)$.

Варіант 10

1. Ймовірність того, що стрілець, зробивши постріл, виб'є 10 очок, дорівнює 0,4; 9 очок – 0,3; менше 9 очок – 0,3. Знайти ймовірність того, що стрілець при одному пострілі виб'є не менше 9 очок.

2. Багаторічними спостереженнями встановлено, що в даному районі у вересні 10 днів бувають дощовими. Яка ймовірність того, що з трьох перших днів місяця жоден не буде дощовим?

3. Одну і ту ж операцію виконують робочі 3-го, 4-го та 5-го розрядів. При цьому робочий 5-го розряду припускає 2% браку, 4-го розряду – 3%, 3-го розряду – 5%. При перевірці чергової деталі вона виявилася бракованою. Яка ймовірність того, що її виготовив робочий 4-го розряду, якщо з 10 чоловік, що виконують дану операцію, двоє мають 5-й розряд, п'ятеро – 4-й, троє – 3-й?

4. Схожість насіння складає 90 %. Знайти ймовірність того, що з 4 посіяних насінин зійдуть: *а*) три; *б*) не менше трьох.

5. Фабрика випускає в середньому 70% продукції 1-го сорту. Чому дорівнює ймовірність того, що в партії з 1000 виробів число першосортних становить: *а*) точно 680? *б*) від 680 до 700? Знайти найімовірніше число першосортних деталей в цій партії.

6. Ймовірність хоча би одного влучення в мішень в результаті двох пострілів дорівнює 0,96. Розглядається випадкова величина X – число влучень в результаті трьох пострілів. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-1;\\ c(x+1) & \text{при} \quad -1\le x\le 1;\\ 1 & \text{при} \quad x>1.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \le X < 1)$.

Варіант 11

1. Під час реєстрації 420 учасників зборів виявилось, що початковою буквою прізвища у десятт учасників була «А», у шістьох – «Е», у дев'яти – «І», у дванадцяти – «О», у п'яти – «У», у трьох – «Ю». У решти учасників прізвище починалося з приголосної букви. Знайти ймовірність того, що прізвище вибраного навмання учасника зборів починається з голосної букви.

2. Робочий обслуговує 3 верстати, що працюють незалежно один від одного. Ймовірність того, що протягом години перший верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,9; другий – 0,8; третій – 0,85. Знайти ймовірність того, що протягом години зажадають уваги: *а*) всі верстати; *б*) два верстати.

3. З першого верстата на збірку поступає 40 % всіх деталей, з другого – 30 %, з третього – 20 %, з четвертого – 10 %. Серед деталей з першого верстата – 0,1 бракованих, з другого – 0,2 %, з третього – 0,25 %, з четвертого – 0,5 %. На збірку поступила бракована деталь. Яка ймовірність того, що вона поступила з другого верстата?

4. Ймовірність виграти по одному з 6 квитків лотереї дорівнює 0,15. Яка ймовірність виграти: *а*) по двох квитках? *б*) не менше ніж по трьом квиткам?

5. Ймовірність того, що окремий виріб буде стандартним, дорівнює 0,62. Визначити ймовірність того, що в партії з 800 виробів опиниться: *а*) 520 стандартних; *б*) від 500 до 700 стандартних. Знайти найімовірніше число нестандартних виробів в цій партії.

6. Баскетболіст закидає м'яч в корзину з ймовірністю 0,3. Розглядається випадкова величина X – число закинутих м'ячів в результаті трьох кидків. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-1;1];\\ cx^4 & \text{при} \quad x\in[-1;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-0{,}5\le X<0{,}5)$.

Варіант 12

1. На електростанції працює 15 змінних інженерів, з яких три – жінки. У зміну зайнято три людини. Знайти ймовірність того, що у випадково вибрану зміну працюватимуть не менше двох чоловіків.

2. Верстат-автомат штампує деталі. Ймовірність того, що за зміну не буде випущено жодної бракованої деталі, дорівнює 0,9. Знайти ймовірність того, що не буде браку протягом: *а*) двох змін; *б*) трьох змін.

3. Є 10 однакових урн, з яких в 9-и знаходиться 2 чорні та 2 білі кулі, а в одній 5 білих і одна чорна куля. З навмання узятої урни витягують білу кулю. Яка ймовірність того, що куля витягнута з урни, що містила 5 білих куль?

4. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,05. Знайти ймовірність того, що з п'яти навмання узятих деталей стандартними будуть: *а*) 4 деталі; *б*) не менше 4 деталей.

5. Визначити ймовірність того, що число хлопчиків серед 1000 новонароджених становить: *а*) точно 480; *б*) більше 480, але менше 540. Знайти найімовірніше число хлопчиків з 1000 новонароджених. Ймовірність народження хлопчика прийняти рівною 0,515.
6. З автовокзалу відправилися три автобуси. Ймовірність своєчасного прибуття кожного автобуса в кінцевий пункт призначення відповідно дорівнює 0,7; 0,8; 0,9. Розглядається випадкова величина X – число автобусів, прибулих вчасно. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<2;\\ cx-1 & \text{при} \quad 2\le x\le 4;\\ 1 & \text{при} \quad x>4.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(3\le X<4)$.

Варіант 13

1. Підприємство в середньому випускає 21% продукції вищого сорту та 70% продукції першого сорту. Знайти ймовірність того, що випадково узятий виріб виявиться першого або вищого сорту.
2. Три студенти складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого студента становить 0,95; для другого – 0,9; для третього – 0,85. Знайти ймовірність того, що іспит складуть: *а*) два студенти: *б*) всі три студенти.
3. Ймовірність влучення при кожному пострілі для трьох стрільців відповідно дорівнює 0,8; 0,75; 0,65. При одночасному пострілі всіх трьох стрільців виявилося 2 влучення. Знайти ймовірність того, що промахнувся третій стрілець.
4. На автобазі – 12 автомашин. Ймовірність виходу на лінію кожною з них дорівнює 0,8. Знайти ймовірність нормальної роботи автобази, якщо для цього необхідно мати на лінії не менше 8 автомашин.
5. Посаджено 400 дерев. Ймовірність того, що дерево приживеться, дорівнює 0,8. Визначити ймовірність того, що приживеться; *а*) 330 дерев; *б*) не менше 330, але не більше 350 дерев. Знайти найімовірніше число дерев, що прижилися.
6. У урні – 4 білих і 10 чорних куль. З урни послідовно виймають кулі до тих пір, поки не буде вийнята чорна куля. Розглядається випадкова величина X – число вийнятих куль. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0{,}5\le X<1)$.

Варіант 14

1. Для виробничої практики 30 студентів надано 15 місць в Мінську; 8 – в Гомелі; 7 – у Вітебську. Яка ймовірність того, що два певні студенти потраплять на практику в одне місто?

2. Три студенти складають іспит. Ймовірність скласти іспит для першого студента становить 0,8; для другого – 0,65; для третього – 0,7. Знайти ймовірність того, що іспит здасть: *а*) хоча би один студент; *б*) тільки один студент.

3. Третя частина однієї з трьох партій є другорядною, решта деталей у всіх партіях – першого сорту. Деталь, що узята з однієї партії, виявилася першосортною. Знайти ймовірність того, що деталь була узята з партії, яка має другорядні деталі.

4. Очікується прибуття трьох судів з бананами. Статистика показує, що в 1% випадків вантаж бананів псується в дорозі. Знайти ймовірність того, що із зіпсованим вантажем прибудуть: *а*) три судна; *б*) не менше двох.

5. Ймовірність випуску електролампи з дефектом дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число бездефектних ламп в партії з 200 штук. Визначити: *а*) ймовірність найімовірнішого числа бездефектних ламп; *б*) ймовірність того, що в цій партії число бездефектних ламп не перевищує десяти.

6. Ймовірність влучення в ціль при пострілі з першої гармати становить 0,6; для другої – 0,7. Розглядається випадкова величина X – число влучень в результаті двох пострілів з першої гармати та одного – з другої. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx & \text{при} \quad 0\le x\le 3;\\ 1 & \text{при} \quad x>3.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1\le X<2)$.

Варіант 15

1. Для 12 робочих виділені путівки в чотири будинки відпочинку: 3 – в перший; 3 – в другій; 2 – в третій; 4 – в четвертий. Яка ймовірність того, що три певних робочих поїдуть в один будинок відпочинку?

2. Десять мисливців проводять по черзі по одному пострілу в мішень до першого влучення. Ймовірність влучення в мішень для перших п'яти мисливців дорівнює 0,4; для інших п'яти – 0,7. Знайти ймовірність того, що мішень уразить: *а*) п'ятий мисливець; *б*) сьомий мисливець.

3. У команді спортсменів – 4 лижники, 6 бігунів і 10 велосипедистів. Ймовірність виконати норму майстра спорту для лижника дорівнює 0,2; для бігуна – 0,15; для велосипедиста – 0,1. Викликаний навмання спортсмен виконав норму. Визначити ймовірність того, що був викликаний бігун.

4. Схожість насіння складає 70 %. Яка ймовірність того, що з 10 посіяного насінин зійдуть: *а*) вісім? *б*) принаймні, вісім?

5. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,4. Знайти найімовірніше число промахів при 320 пострілах. Визначити ймовірність того, що при 320 пострілах виявиться: а) 120 влучень; б) не менше 120 влучень.

6. Проводиться вибірка трьох карт з преферансової колоди (32 карти). Розглядається випадкова величина X – число королів у вибірці. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1;\\ cx & \text{при} \quad 1\le x\le 4;\\ 0 & \text{при} \quad x>4.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $f(x)$. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1\le X<4)$.

Варіант 16

1. На 30-и однакових жетонах написані 30 двозначних чисел від 11 до 40. Жетони поміщені в пакет і ретельно перемішані. Яка ймовірність вийняти навмання жетон з номером, кратним 3 або 2?

2. Робочий встановлює в механізм дві однакові деталі, беручи їх випадковим чином з десяти наявних. Серед деталей – дві нестандартні. Механізм не працюватиме, якщо обидві встановлені деталі виявляться нестандартними. Знайти ймовірність того, що механізм працюватиме.

3. Телеграфне повідомлення складається з сигналів «крапка» і «тире». Статистичні властивості перешкод такі, що спотворюється в середньому 40% повідомлень типу «крапка» та 65 % – типу «тире». Відомо, що серед сигналів «крапка» і «тире» зустрічаються в співвідношенні 5 : 3. Знайти ймовірність того, що прийнято правильний сигнал, якщо прийнятий сигнал є: *а*) «крапкою»; *б*) «тире».

4. Схожість насіння складає 70 %. Знайти ймовірність того, що з 8 посіяного насінин зійдуть: *а*) три? *б*) не менше трьох.

5. Схожість насіння оцінюється ймовірністю 0,75. Визначити ймовірність того, що з 500 посіяних насінин не зійде: *а*) точно 130; *б*) не більше 130. Знайти найімовірніше число насінин, що зійде.

6. З колоди з 36 картами вибирають навмання 3. Розглядається випадкова величина X – число тузів серед вийнятих карт. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-1;\\ cx+\frac{1}{3} & \text{при} \quad -1\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<1)$.

Варіант 17

1. Кинуто дві гральні кістки. Чому дорівнює ймовірність того, що хоча би на одній з них випаде 5 очок?

2. Робочий обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години перший верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,8; другий – 0,6; третій – 0,5. Знайти ймовірність того, що протягом години уваги робочого: *а*) не зажадає жоден верстат; *б*) зажадають два верстати

3. В тирі є 5 гвинтівок, ймовірність влучення з яких дорівнює відповідно 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Постріл з навмання узятої гвинтівки дав промах. З якої гвинтівки найімовірніше був зроблений постріл?

4. Ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 40-го розміру, дорівнює 0,3. Знайти ймовірність того, що з п'яти перших покупців взуття цього розміру буде необхідне: *а*) одному; *б*) принаймні, одному.

5. Ймовірність виготовлення нестандартної деталі дорівнює 0,1. Знайти найімовірніше число стандартних серед 150 деталей. Визначити ймовірність того, що серед 200 деталей буде: *а*) 30 нестандартних; *б*) не більше ніж 30 нестандартних.

6. Гральна кістка кинута 2 рази. Розглядається випадкова величина X – сума очок, що випала. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-1;1];\\ cx^4 & \text{при} \quad x\in[-1;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<0{,}5)$.

Варіант 18

1. У майстерні 2 мотори працюють незалежно один від одного. Ймовірність виходу з ладу протягом зміни першого мотора дорівнює 0,1; другого – 0,15. Знайти ймовірність того, що протягом зміни обидва мотори будуть працездатні.

2. Серед 50 ламп – 3 нестандартні. Знайти ймовірність того, що дві узяті лампи виявляться нестандартними.

3. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі з гвинтівки з прицілом становить 0,9; без прицілу – 0,7. Зроблено 4 постріли з навмання узятої гвинтівки, якими виявилися три влучення та один промах. Знайти ймовірність того, що постріл зроблений з гвинтівки: *а*) з прицілом; *б*) без прицілу.

4. Ймовірність того, що навмання узята деталь є нестандартною, дорівнює 0,1. Знайти ймовірність того, що серед 5 деталей не менше 4 будуть стандартними.

5. При штампуванні металевих клем виходять 90% придатних. Знайти найімовірніше число придатних клем з 900 відібраних. Визначити ймовірність того, що серед відібраних виявиться: *а*) 105 бракованих; *б*) не менше 105 та не більше 110 бракованих.

6. Три спортсмени беруть участь у відбіркових змаганнях. Ймовірність зарахування в збірну команду першого спортсмена дорівнює 0,8; другого – 0,7; третього – 0,6. Розглядається випадкова величина X – число спортсменів, що потрапили в збірну. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-2;\\ c(x+2) & \text{при} \quad -2\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<1)$.

Варіант 19

1. Три стрільці стріляють в ціль незалежно один від одного. Ймовірність влучення в ціль для першого стрільця становить 0,6; другого – 0,7; третього – 0,75. Знайти ймовірність, принаймні, одного попадання в ціль, якщо кожен стрілець зробить по одному пострілу?

2. У ящику серед 100 зовні однакових деталей – 80 стандартних. Узято дві деталі. Знайти ймовірність можливих при цьому результатів.

3. Серед деталей, що поступають на збірку, з першого верстата – 0,1% бракованих, з другого – 0,2%, з третього – 0,25%, з четвертого – 0,5%. Продуктивності верстатів співвідносяться як 4 : 3 : 2 : 1 відповідно. Деталь, що поступила на збірку, виявилася стандартною. Знайти ймовірність, що вона виготовлена: *а*) на першому верстаті; *б*) на четвертому верстаті.

4. У бавовні 70% довгих волокон. Яка ймовірність того, що серед 10 узятих навмання волокон не менше восьми виявляться довгими?

5. Ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 41-го розміру, дорівнює 0,2. Знайти найімовірніше число покупців взуття 41-го розміру з 750. Яка ймовірність того, що з 750 покупців зажадають взуття 41-го розміру: *а*) 140 чоловік; *б*) не більше 140.
6. Завод в середньому випускає 40% виробів зі знаком якості. Вибираються навмання 4 вироби. Розглядається випадкова величина X – число виробів зі знаком якості серед вибраних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[0;1];\\ cx(1+x) & \text{при} \quad x\in[0;1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини *с* і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<0{,}5)$.

Варіант 20

1. У грошово-речової лотереї на 1000 квитків доводиться 24 грошових і 10 речових виграшів. Купується два квитки. Яка ймовірність виграти: *а*) хоча би по одному квитку; *б*) по першому квитку грошей, а по другому – речей.
2. Хай ймовірність того, що покупцеві необхідне взуття 41-го розміру, дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що п'ять перших покупців зажадають взуття 41-го розміру.
3. Ймовірність влучення в ціль з першої гармати становить 0,7; з другої – 0,85; з третьої – 0,8. З навмання вибраної гармати зроблено по цілі 2 постріли, з яких один дав влучення. З якої гармати найімовірніше зроблено постріл?
4. Ймовірність ремонту телевізора протягом гарантійного терміну дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що протягом гарантійного терміну з 6 телевізорів ремонт зажадають: *а*) не більше два; *б*) хоча би два.
5. Ймовірність настання події *А* в кожному випробуванні дорівнює 0,8. Знайти найімовірніше число настання події *А* при 100 випробуваннях. Визначити ймовірність того, що при 100 випробуваннях, подія *А* відбудеться: *а*) 75 разів; *б*) не менше 75 та не більше 85 разів.
6. Троє мисливців одночасно проводять по одному пострілу по вепрові. Ймовірність влучення для першого мисливця становить 0,2; для другого – 0,4; для третього – 0,6. Розглядається випадкова величина X – число влучень. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-1;\\ c(x+1) & \text{при} \quad -1\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини *с*

і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \le X < 1)$.

Варіант 21

1. Прилад складається з трьох вузлів, що працюють незалежно один від одного. Несправність хоча би одного вузла виводить прилад з ладу. Ймовірність безвідмовної роботи протягом доби першого вузла становить 0,9; другого – 0,95; третього – 0,85. Знайти ймовірність того, що протягом доби прилад працюватиме безвідмовно.

2. У мішку змішано 30% котушок з нитками білого кольору та 70% – червоного. Знайти ймовірність того, що вийняті навмання дві котушки будуть з нитками одного кольору.

3. Агрегат складається з двох деталей першого типу, трьох – другого і п'яти – третього. Вихід з ладу кожної деталі відбувається незалежно від роботи інших і приводить до виходу з ладу всього агрегату. Ймовірність виходу з ладу деталі першого типу за зміну становить 0,03; другого – 0,02; третього – 0,01. Відомо, що агрегат вийшов з ладу. До якого типу найімовірніше належить деталь, що спричинила вихід з ладу всього агрегату?

4. Знайти ймовірність того, що в сім'ї, яка має 6 дітей, не менше двох дівчаток. Ймовірності народження дівчинки і хлопчика прийняти однаковими.

5. Ймовірність запізнення пасажира на потяг становить 0,02. Знайти найімовірніше число пасажирів з 85 таких, що запізнилися. Визначити ймовірність того, що число пасажирів, що запізнилися: *а*) буде точно 5; *б*) не перевищить 5.

6. З 16 лотерейних квитків – виграшних 4. Придбано 3 квитки. Розглядається випадкова величина X – число програшних квитків серед придбаних. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу таі у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x \notin [0; 2]; \\ c(2-x) & \text{при} \quad x \in [0; 2]. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0 \le X < 1)$.

Варіант 22

1. При виготовленні деталі заготівка повинна пройти чотири операції. Знайти ймовірність виготовлення стандартної деталі, якщо ймовірність браку на першій операції дорівнює 0,02; на другій – 0,01; на третій – 0,02; на четвертій – 0,03.

2. Два стрільці роблять по одному пострілу в ціль. Ймовірність влучення для першого стрільця дорівнює 0,7; для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що в ціль: а) влучать обидва стрільці; б) влучить лише один.

3. Троє мисливців одночасно вистрілили по вепрові, який в результаті був убитий однією кулею. Як повинні мисливці розділити вепра вагою 140 *кг*, якщо ймовірність влучення кожного мисливця дорівнює відповідно 0,8; 0,6 і 0,3?
4. Ймовірність виграти по квитку лотереї дорівнює 0,15. Знайти ймовірність виграшу не менше ніж по двох квитках з шести.
5. Ймовірність правильного спрацьовування автомата при опусканні монети дорівнює 0,03. Знайти найімовірніше число випадків правильного спрацьовування автомата при опусканні 150 монет. Визначити ймовірність того, що число випадків правильного спрацьовування виявиться: *а*) рівним 140; *б*) менше ніж 140.
6. Серед 20 виробів – 15 першого сорту та 5 другого. Вибираються навмання 4 вироби. Розглядається випадкова величина X – число першосортних виробів у вибірці. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<4;\\ cx-2 & \text{при} \quad 4\le x\le 6;\\ 1 & \text{при} \quad x>6.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(4\le X<5)$.

Варіант 23

1. Ймовірність померти на 61-му році життя дорівнює 0,09. Яка ймовірність того, що з трьох чоловік у віці 60 років через рік: *а*) всі три будуть живі? *б*) принаймні, один буде живий?
2. У мішку змішані тенісні м'ячі, серед яких 30% білого і 70% жовтого кольорів. Знайти ймовірність того, що вийняті навмання два м'ячі будуть різного кольору.
3. У приймачі є 14 транзисторів двох типів. З них 6 – першого типу, 8 – другого. Ймовірність виходу з ладу протягом гарантійного терміну транзистора першого типу дорівнює 0,002; другого – 0,004. Приймач виходить з ладу в результаті виходу з ладу будь-якого транзистора. Відомо, що протягом гарантійного терміну приймач вийшов з ладу. Яка ймовірність того, що цьому сприяв вихід з ладу транзистора першого типу?
4. Зроблено 15 пострілів. Знайти ймовірність руйнування об'єкту, якщо для цього необхідно не менше трьох влучень. Ймовірність влучення при кожному пострілі становить 0,4.
5. Ймовірність влучення в ціль при кожному пострілі становить 0,8. Знайти найімовірніше число влучень і ймовірність такого результату стрілянини при 90 пострілах Визначити ймовірність не менше 809 влучень при 90 пострілах.
6. Підводний човен атакує корабель, випускаючи по ньому 4 торпеди. Ймовірність враження кожною торпедою дорівнює 0,4. Розглядається випадкова

величина X – число влучень в корабель. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x \notin [-2;2]; \\ c & \text{при} \quad x \in [-2;2].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-1 \le X < 2)$.

Варіант 24

1. Проведено залп по цілі з 2-х гармат. Ймовірність влучення з першої гармати становить 0,85; з другої – 0,91. Знайти ймовірність ураження цілі.

2. Ймовірність влучення в ціль при скидання бомби дорівнює 0,7. Ймовірність того, що бомба не вибухне, дорівнює 0,08. Знайти ймовірність руйнування об'єкту, якщо буде скинута одна бомба.

3. На першому заводі серед кожних 100 виробів виявляється в середньому 90 першосортних; на другому – 95; на третьому – 85. У магазині продукція заводів поставляється в співвідношенні 5 : 3: 2. Яка ймовірність того, що куплений виріб виготовлений на першому заводі, якщо він виявився першосортним?

4. Ймовірність виготовлення стандартної деталі дорівнює 0,9. Яка ймовірність того, що серед 10 деталей виявиться не менше двох бракованих?

5. На факультеті – 620 студентів. Ймовірність того, що студент не здасть сесію, дорівнює 0,04. Знайти найімовірніше число студентів, що не здадуть сесію. Визначити ймовірність того, що сесію здадуть: *а*) 590 студентів; *б*) не менше 600 студентів.

6. Гра полягає в накиданні кілець на гілку. Гравець отримує 5 кілець і кидає їх до першого накидання, ймовірність якого для кожного кидка дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число невитрачених кілець. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0; \\ cx & \text{при} \quad 0 \le x \le 5; \\ 1 & \text{при} \quad x>5.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2 \le X < 4)$.

Варіант 25

1. Робочий обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години перший верстат не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,9; другий – 0,8; третій – 0,85. Знайти ймовірність того, що протягом години уваги робочого зажадають: *а*) всі верстати; *б*) жоден з верстатів.

2. Студент знає 40 з 50 питань програми. Знайти ймовірність того, що студент знає два запропонованих йому на іспиті питання.

3. На двох верстатах виготовляються однакові деталі. Ймовірність виготовлення деталі вищого сорту на першому верстаті дорівнює 0,92; на другому – 0,8. Продуктивність першого верстата в 3 рази вище за продуктивність другого. Навмання узята деталь виявилася вищого сорту. Яка ймовірність того, що вона була виготовлена на другому верстаті?

4. Ймовірність влучення в ціль дорівнює 0,3. Робиться 6 пострілів. Знайти ймовірність не менше чотирьох влучень.

5. Якщо в середньому лівші становлять 1%, яка ймовірність того, що серед 200 чоловік виявиться: *а*) 4 лівші; *б*) не більше за 4 лівші. Знайти серед 200 чоловік найімовірніше число таких, що є лівшами.

6. У речової лотереї розігруються дві речі вартістю по 10 гривень і одна вартістю 30 гривень. Суб'єкт *А* купує одного квитка вартістю 1 гривна. Всього продано 50 квитків. Розглядається випадкова величина X – сума чистого виграшу для суб'єкта *А*. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу
$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1;\\ cx^3 & \text{при} \quad 1\le x\le 2;\\ 0 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$$
Знайти значення постійної величини і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(1\le X<1{,}5)$.

Варіант 26

1. Робочий обслуговує 4 верстати. Ймовірність того, що протягом години перший верстат не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,7; другий – 0,8; третій – 0,9; четвертий – 0,85. Знайти ймовірність того, що протягом години уваги робочого зажадає, принаймні, один верстат.

2. З 37 деталей, серед яких є 6 з дефектом, беруть навмання три. Знайти ймовірність того, що всі вони виявляться без дефекту.

3. У групі 20 студентів: 12 хлопців і 8 дівчат. До семінару підготувалися тільки 5 хлопців і 6 дівчат. Навмання викликаний студент виявився непідготовленим. Яка ймовірність того, що це була дівчина?

4. Зроблено 10 пострілів. Ймовірність влучення при кожному пострілі становить 0,2. Знайти ймовірність не менше п'яти влучень.

5. В середньому на кожних 100 вирощених кавунів доводиться один вагою більше 10 *кг*. Знайти ймовірність того, що серед 400 кавунів виявиться вагою більше 10 *кг*: *а*) три кавуни; *б*) не менше трьох. Знайти також найімовірніше число таких кавунів серед 400 вирощених.

6. Професор викликав через старосту на консультацію трьох студентів з семи, що відстають. Староста забув прізвища, що були названі професором, і послав трьох студентів навмання. Розглядається випадкова величина X – число студентів, що були послані старостою та співпадають із запрошеними професором. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<-3;\\ cx+\frac{3}{5} & \text{при} \quad -3\le x\le 2;\\ 1 & \text{при} \quad x>2.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0\le X<1)$.

Варіант 27

1. У студентській групі 28 чоловік. Серед них 20 студентів старше 19 років і 8 студентів старше за 22 роки. Яка ймовірність того, що навмання обраний студент з групи виявиться: *а*) старше 19 років або старше за 22 роки; *б*) старше 19 років, але не старше за 22 роки; *в*) старше за 22 роки.

2. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі дорівнює 0,6. Знайти ймовірність одного влучення при трьох пострілах.

3. У правій кишені – три монети по 25 копійок і 4 монети по 5 копійок, а в лівій – шість монет по 25 копійок. З правої кишені в ліву навмання перекладаються п'ять монет. Знайти ймовірність витягання навмання з лівої кишені (після перекладання) монети вартістю 25 копійок. Який варіант перекладання монет є найбільш імовірним, якщо навмання витягнута з лівої кишені монета виявилася вартістю 25 копійок?

4. Підводний човен атакує корабель, випускаючи по ньому послідовно 4 торпеди. Ймовірність враження кожною торпедою становить 0,4. Знайти ймовірність того, що корабель буде знищений, якщо для цього необхідно не менше двох влучень.

5. Ймовірність випуску свердла підвищеної крихкості дорівнює 0,02. Свердла укладаються в коробки по 100 штук. Знайти найімовірніше число свердел підвищеної крихкості в коробці. Визначити ймовірність того, що в коробці свердел підвищеної крихкості: а) не виявиться; б) виявиться не більше трьох.

6. Ймовірність виготовлення нестандартного виробу дорівнює 0,6. Контролер бере з партії виріб і перевіряє його якість. Якщо воно виявляється нестандартним, то виробничий процес зупиняється. Якщо виріб виявляється стандартним, то контролер бере наступне і т.д., але перевіряє не більше 5 виробів. Розглядається випадкова величина X – число перевірених виробів. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x\notin[-2;-1];\\ c(x+2) & \text{при} \quad x\in[-2;-1].\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x)*. Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(-1{,}5\le X<-1)$.

Варіант 28

1. З ретельно перемішаних кісточок доміно навмання береться одна. Яка ймовірність того, що сума очок на ній дорівнює: *а*) 12-и; *б*) 6-и.
2. Ймовірність ураження цілі при чотирьох пострілах дорівнює 0,9919. Знайти ймовірність ураження цілі при одному пострілі.
3. Ймовірність вступу до інституту випускника середньої школи дорівнює 0,6; технікуму – 0,7; підготовчого відділення – 0,8. Серед кожних 100 абітурієнтів – 50 випускників середньої школи, 25 – технікуму і 25 – підготовчого відділення. Випадково вибраний абітурієнт поступив в інститут. Яка ймовірність того, що абітурієнт був випускником: *а*) середньої школи; *б*) технікуму? *в*) підготовчого відділення?
4. У партії 10 деталей. Ймовірність того, що деталь стандартна, дорівнює 0,5. Визначити ймовірність того, що в цій партії не менше 5 деталей виявляться стандартними.
5. На ткацькій фабриці відбувається 10 обривів нитки на 100 веретен в годину. Визначити ймовірність того, що протягом години на 80 веретенах відбудеться: *а*) 8 обривів нитки; *б*) від 6 до 8 обривів. Знайти найімовірніше число обривів нитки в годину на 80 веретенах.
6. Ймовірність того, що в бібліотеці необхідна студентові книга вільна, дорівнює 0,3. Розглядається випадкова величина X – число бібліотек, які відвідав студент у пошуках потрібної книги, якщо в місті є чотири бібліотеки. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.
7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<1;\\ c(x-1) & \text{при} \quad 1\le x\le 5;\\ 1 & \text{при} \quad x>5.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу *f(x)* і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2\le X<4)$.

Варіант 29

1. Кидають дві гральні кістки. Яка ймовірність того, що сума очок на верхніх гранях кісток виявиться менше восьми?

2. Ймовірність того, що перший з чотирьох верстатів протягом години не зажадає уваги робочого, дорівнює 0,7; другий – 0,4; третій – 0,3. Ймовірність того, що протягом години хоча би один верстат зажадає уваги робочого, дорівнює 0,9822. Знайти ймовірність того, що четвертий верстат протягом години не зажадає уваги робочого.

3. В батареї три гармати. Можливість зробити перший постріл однакова для кожної гармати. Ймовірність влучення в ціль для першої гармати дорівнює 0,8; для другої – 0,85; для третьої – 0,9. Після першого пострілу снаряд попав в ціль. Яка ймовірність того, що постріл був зроблений: *а*) з першої гармати? *б*) з другої? *в*) з третьої?

4. Ймовірність появи події A в кожному з 18 незалежних випробуваннях дорівнює 0,2. Знайти ймовірність появи події A, принаймні, 3 рази.

5. Дві робітниці офарблюють вироби в червоний колір, три – в зелений. Знайти найімовірніше число виробів, забарвлених в зелений колір, серед 600 випадково відібраних. Визначити ймовірність того, що з 600 випадково відібраних виробів, виявиться червоних: *а*) 240 виробів; *б*) від 228 до 264 виробів.

6. Розрив зв'язку відбувся на одній з п'яти ланок телефонного кабелю. Монтер послідовно перевіряє ланки на предмет розриву. Розглядається випадкова величина X – число перевірених ланок до виявлення розриву, якщо ймовірність розриву однакова для всіх ланок. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана щільністю розподілу $f(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad x<0;\\ cx^2 & \text{при} \quad 0\le x\le 1;\\ 0 & \text{при} \quad x>1.\end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік *f(x).* Визначити інтегральну функцію розподілу $F(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(0{,}5 \le X < 0{,}8)$.

Варіант 30

1. У студентській групі 10 дружинників: 7 хлопців і 3 дівчини. Знайти ймовірність того, що з трьох дружинників, вибраних навмання, двоє будуть дівчатами та один хлопцем.

2. Два стрільці роблять по одному пострілу в ціль. Ймовірність влучення для першого стрільця становить 0,6; для другого – 0,8. Знайти ймовірність того, що влучить: *а*) тільки перший стрілець; *б*) тільки один стрілець.

3. Товарознавець перевіряє взуття, що поступило з мінською, ленінградською і харківською взуттєвих фабрик. Відомо, що кількість взуття з Мінська поступає в два рази менше, ніж з Ленінграда, а з Ленінграда – в три рази менше, ніж з Харкова. Ймовірність виявлення браку для взуття мінської фабрики дорівнює 0,04; ленінградською – 0,02; харківською – 0,1. Навмання узята пара взуття виявилася бракованою. Знайти ймовірність того, що вона виготовлена на харківській фабриці.

4. Робочий обслуговує 6 верстатів. Ймовірність того, що верстат протягом години зажадає уваги робочого, дорівнює 0,3. Яка ймовірність того, що протягом години не менше п'яти верстатів зажадають уваги робочого?

5. Ймовірність випуску нестандартного виробу дорівнює 0,1. Чому дорівнює ймовірність того, що в партії з 2000 виробів число нестандартних виробів виявиться: *а*) точно 201; *б*) не менше 220. Знайти найімовірніше число нестандартних виробів серед 2000 випущених.

6. Є п'ять різних ключів, з яких тільки один підходить до замку. Розглядається випадкова величина X – число спроб відкрити замок. Визначити закон розподілу у вигляді ряду розподілу та у вигляді інтегральної функції розподілу $F(x)$. Побудувати графік $F(x)$. Визначити математичне сподівання m_x і дисперсію D_x.

7. Неперервна випадкова величина X подана інтегральною функцією розподілу $F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при} \quad x<2; \\ cx^2-\frac{1}{3} & \text{при} \quad 2\le x\le 4; \\ 1 & \text{при} \quad x>4. \end{cases}$ Знайти значення постійної величини c і побудувати графік $F(x)$. Визначити щільність розподілу $f(x)$ і побудувати її графік. Знайти математичне сподівання m_x, дисперсію D_x, середньоквадратичне відхилення σ_x і ймовірність влучення випадкової величини X на задану ділянку значень $P(2\le X<3)$.

РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА

1. *Самойленко М.І., Костенко О.Б., Кузнєцов А.І.* Теорія ймовірностей. – Х.: ХНУМГ, 2008. – 194 с.
2. *Самойленко Н.И., Костенко А.Б., Кузнецов А.И.* Теория вероятностей. – Харків: Изд-во «НТМТ», ХНАГХ, 2008. – 200 с.
3. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика, М., «Высшая школа», 2002, 1972. – 368 с.
4. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М. Наука, 1969.
5. *Гмурман В.Е.* Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высш.шк., 1979.
6. *Гмурман В.Е..* Введение в теорию вероятностей и математическую статистику М.: Высш.шк., 1965.

Додаток А

Значення функції $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	$+0{,}00$	$+0{,}01$	$+0{,}02$	$+0{,}03$	$+0{,}04$	$+0{,}05$	$+0{,}06$	$+0{,}07$	$+0{,}08$	$+0{,}09$
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3032	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0789	0,0774	0,0759	0,0745	0,0731	0,0718	0,0705	0,0692	0,0680	0,0668
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046

x	$+0{,}00$	$+0{,}01$	$+0{,}02$	$+0{,}03$	$+0{,}04$	$+0{,}05$	$+0{,}06$	$+0{,}07$	$+0{,}08$	$+0{,}09$
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Додаток В

Значення функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dt$

x	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*	*x*	*Φ(x)*
0,00	0,0000	0,43	0,1664	0,86	0,3061	1,29	0,4015	1,72	0,4573	2,30	0,4893
0,01	0,0040	0,44	0,1700	0,87	0,3078	1,30	0,4032	1,73	0,4582	2,32	0,4898
0,02	0,0080	0,45	0,1736	0,88	0,3106	1,31	0,4049	1,74	0,4591	2,34	0,4904
0,03	0,0120	0,46	0,1772	0,89	0,3133	1,32	0,4066	1,75	0,4599	2,36	0,4909
0,04	0,0160	0,47	0,1808	0,90	0,3159	1,33	0,4082	1,76	0,4608	2,38	0,4913
0,05	0,0199	0,48	0,1844	0,91	0,3186	1,34	0,4099	1,77	0,4616	2,40	0,4918
0,06	0,0239	0,59	0,1879	0,92	0,3211	1,35	0,4115	1,78	0,4625	2,42	0,4922
0,07	0,0279	0,50	0,1915	0,93	0,3238	1,36	0,4131	1,79	0,4633	2,44	0,4927
0,08	0,0319	0,51	0,1950	0,94	0,3264	1,37	0,4147	1,80	0,4641	2,46	0,4931
0,09	0,0359	0,52	0,1985	0,95	0,3289	1,38	0,4162	1,81	0,4649	2,48	0,4934
0,10	0,0398	0,53	0,2019	0,96	0,3315	1,39	0,4177	1,82	0,4656	2,50	0,4938
0,11	0,0438	0,54	0,2054	0,97	0,3340	1,40	0,4192	1,83	0,4665	2,52	0,4941
0,12	0,0478	0,55	0,2086	0,98	0,3365	1,41	0,4207	1,84	0,4671	2,54	0,4945
0,13	0,0517	0,56	0,2123	0,99	0,3389	1,42	0,4222	1,85	0,4678	2,56	0,4948
0,14	0,0557	0,57	0,2157	1,00	0,3413	1,43	0,4236	1,86	0,4686	2,58	0,4951
0,15	0,0596	0,58	0,2190	1,01	0,3438	1,44	0,4251	1,87	0,4693	2,60	0,4953
0,16	0,0636	0,59	0,2224	1,02	0,3461	1,45	0,4265	1,88	0,4699	2,62	0,4956
0,17	0,0675	0,60	0,2257	1,03	0,3485	1,46	0,4279	1,89	0,4706	2,64	0,4959
0,18	0,0714	0,61	0,2291	1,04	0,3508	1,47	0,4292	1,90	0,4713	2,66	0,4961
0,19	0,0753	0,62	0,2324	1,05	0,3531	1,48	0,4306	1,91	0,4719	2,68	0,4963
0,20	0,0793	0,63	0,2357	1,06	0,3554	1,49	0,4319	1,92	0,4726	2,70	0,4965
0,21	0,0832	0,64	0,2389	1,07	0,3577	1,50	0,4332	1,93	0,4732	2,72	0,4967
0,22	0,0871	0,65	0,2422	1,08	0,3599	1,51	0,4345	1,94	0,4738	2,74	0,4969
0,23	0,0910	0,66	0,2454	1,09	0,3621	1,52	0,4357	1,95	0,4744	2,76	0,4971
0,24	0,0948	0,67	0,2486	1,10	0,3643	1,53	0,4370	1,96	0,4780	2,78	0,4973
0,25	0,0987	0,68	0,2517	1,11	0,3665	1,54	0,4382	1,97	0,4756	2,80	0,4974
0,26	0,1026	0,69	0,2549	1,12	0,3686	1,55	0,4394	1,98	0,4761	2,82	0,4975
0,27	0,1064	0,70	0,2580	1,13	0,3708	1,56	0,4406	1,99	0,4767	2,84	0,4977
0,28	0,1103	0,71	0,2611	1,14	0,3729	1,57	0,4418	2,00	0,4772	2,86	0,4979
0,29	0,1141	0,72	0,2640	1,15	0,3749	1,58	0,4429	2,02	0,4783	2,88	0,4980
0,30	0,1179	0,73	0,2673	1,16	0,3770	1,59	0,4441	2,04	0,4793	2,90	0,4981
0,31	0,1217	0,74	0,2703	1,17	0,3790	1,60	0,4452	2,06	0,4803	2,92	0,4982
0,32	0,1255	0,75	0,2734	1,18	0,3810	1,61	0,4463	2,08	0,4812	2,94	0,4984
0,33	0,1293	0,76	0,2764	1,19	0,3830	1,62	0,4474	2,10	0,4821	2,96	0,4985
0,34	0,1331	0,77	0,2794	1,20	0,3849	1,63	0,4484	2,12	0,4830	2,98	0,4986
0,35	0,1368	0,78	0,2823	1,21	0,3869	1,64	0,4495	2,14	0,4838	3,00	0,4986
0,36	0,1406	0,79	0,2862	1,22	0,3883	1,65	0,4505	2,16	0,4846	3,20	0,4993
0,37	0,1443	0,80	0,2881	1,23	0,3907	1,66	0,4515	2,18	0,4854	3,40	0,4997
0,38	0,1480	0,81	0,2910	1,24	0,3925	1,67	0,4525	2,20	0,4861	3,60	0,4998
0,39	0,1517	0,82	0,2939	1,25	0,3944	1,68	0,4535	2,22	0,4868	3,80	0,4999
0,40	0,1554	0,83	0,2967	1,26	0,3962	1,69	0,4545	2,24	0,4875	4,00	0,5
0,41	0,1591	0,84	0,2995	1,27	0,3980	1,70	0,4554	2,26	0,4881	4,50	0,5
0,42	0,1628	0,85	0,3023	1,28	0,3997	1,71	0,4564	2,28	0,4887	5,00	0,5

Навчальне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ, ПРОВЕДЕННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ
І ВИКОНАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ
" ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА"

(для студентів 2 курсу заочної форми навчання за напрямами підготовки 6.070101 "Транспортні технології" (за видами транспорту), 6.060101 "Будівництво" спеціальностей "Водопостачання та водовідведення", "Теплогазопостачання і вентиляція")

Укладачі: **Самойленко** Микола Іванович,
Костенко Олександр Борисович,
Штельма Ольга Миколаївна

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *Н. В. Зражевська*

План 2013, поз. 376 М

Підп. до друку 28.03.2013 р. Формат 60×84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 3,5
Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@ksame.kharkov.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК № 4064 від 12. 05. 2011 р.